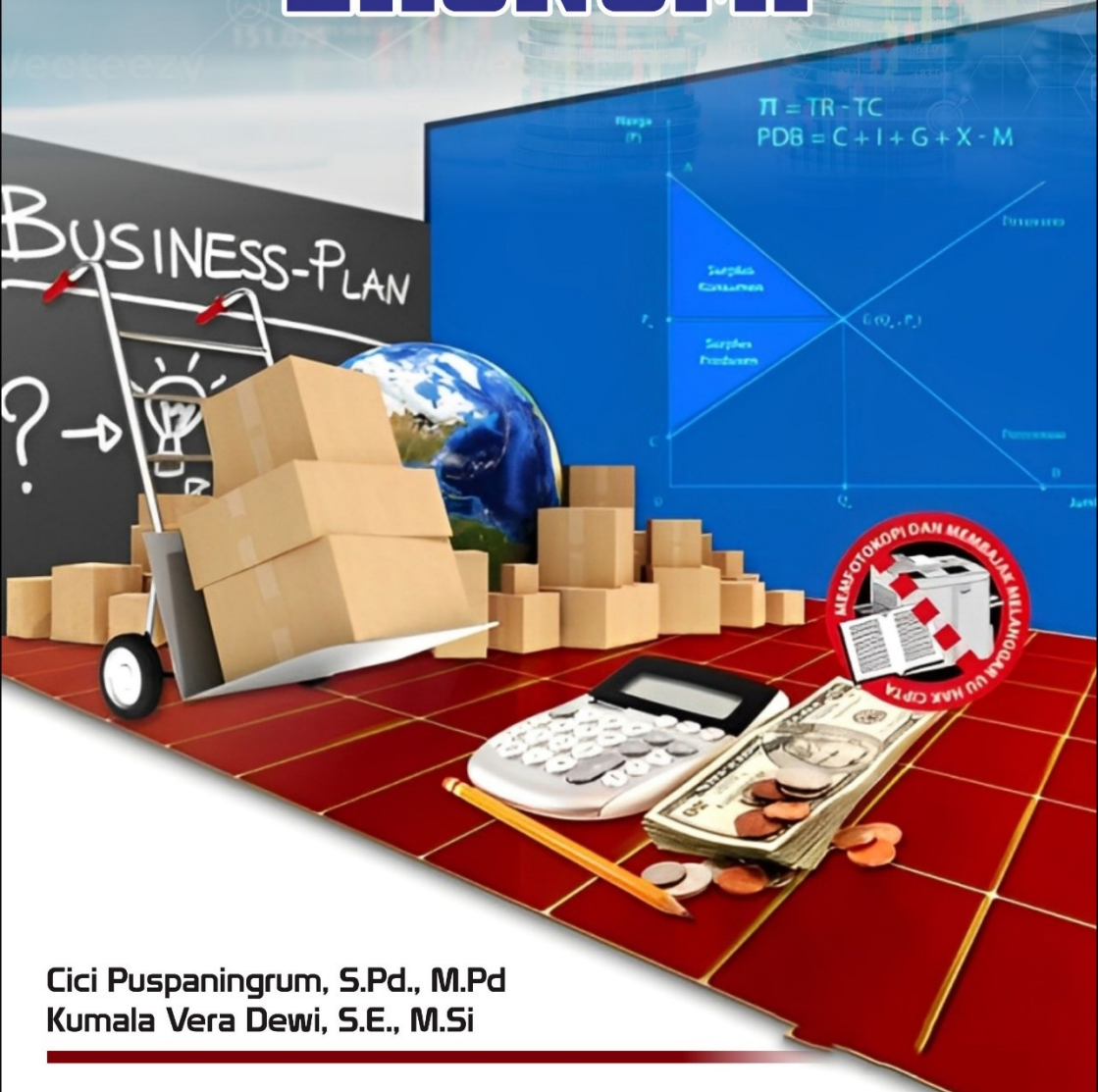




PT. RADJA INTERCONTINENTAL
PUBLISHING

MATEMATIKA EKONOMI

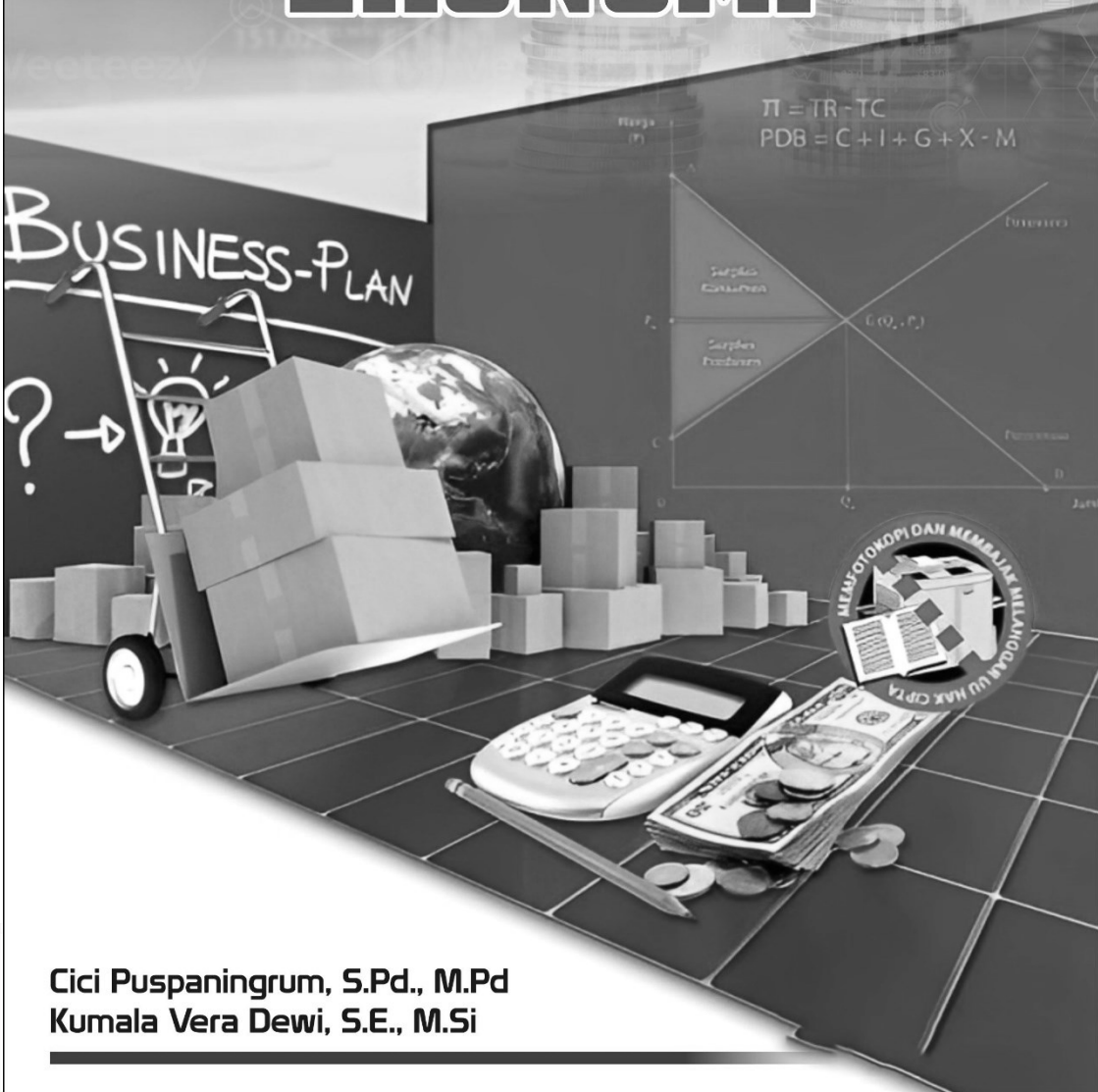


Cici Puspaningrum, S.Pd., M.Pd
Kumala Vera Dewi, S.E., M.Si



PT. RADJA INTERCONTINENTAL
PUBLISHING

MATEMATIKA EKONOMI



Cici Puspaningrum, S.Pd., M.Pd
Kumala Vera Dewi, S.E., M.Si

UU No 28 tahun 2014 tentang Hak Cipta

Fungsi dan sifat hak cipta Pasal 4

Hak Cipta sebagaimana dimaksud dalam Pasal 3 huruf a merupakan hak eksklusif yang terdiri atas hak moral dan hak ekonomi.

Pembatasan Pelindungan Pasal 26

Ketentuan sebagaimana dimaksud dalam Pasal 23, Pasal 24, dan Pasal 25 tidak berlaku terhadap:

1. Penggunaan kutipan singkat Ciptaan dan/atau produk Hak Terkait untuk pelaporan peristiwa aktual yang ditujukan hanya untuk keperluan penyediaan informasi aktual;
2. Penggandaan Ciptaan dan/atau produk Hak Terkait hanya untuk kepentingan Karya Ilmiah ilmu pengetahuan;
3. Penggandaan Ciptaan dan/atau produk Hak Terkait hanya untuk keperluan pengajaran, kecuali pertunjukan dan Fonogram yang telah dilakukan Pengumuman sebagai bahan ajar; dan
4. Penggunaan untuk kepentingan pendidikan dan pengembangan ilmu pengetahuan yang memungkinkan suatu Ciptaan dan/atau produk Hak Terkait dapat digunakan tanpa izin Pelaku Pertunjukan, Produser Fonogram, atau Lembaga Penyiaran.

Sanksi Pelanggaran Pasal 113

1. Setiap Orang yang dengan tanpa hak melakukan pelanggaran hak ekonomi sebagaimana dimaksud dalam Pasal 9 ayat (1) huruf i untuk Penggunaan Secara Komersial dipidana dengan pidana penjara paling lama 1 (satu) tahun dan/atau pidana denda paling banyak Rp100.000.000 (seratus juta rupiah).
2. Setiap Orang yang dengan tanpa hak dan/atau tanpa izin Pencipta atau pemegang Hak Cipta melakukan pelanggaran hak ekonomi Pencipta sebagaimana dimaksud dalam Pasal 9 ayat (1) huruf c, huruf d, huruf f, dan/atau huruf h untuk Penggunaan Secara Komersial dipidana dengan pidana penjara paling lama 3 (tiga) tahun dan/atau pidana denda paling banyak Rp500.000.000,00 (lima ratus juta rupiah).

MATEMATIKA EKONOMI

Penulis

Cici Puspaningrum, S.Pd., M.Pd

Kumala Vera Dewi, S.E., M.Si

Penerbit

PT. Radja Intercontinental Publishing



Diterbitkan oleh:

PT. Radja Intercontinental Publishing

MATEMATIKA EKONOMI

**PENERBIT PT. RADJA INTERCONTINENTAL
PUBLISHING**
(Grup Publikasi RADJA PUBLIKA)

SERTIFIKAT IKAPI



No.032/DIA/2023

Alamat Redaksi:

Jl. Cempaka Putih, Sp. Tiga Blang Rayeuk, Dsn. Angsana,
Kota Lhokseumawe
Telp. 081269223511

Email:

pt.radja.intercontinental.publis@gmail.com

Isi diluar tanggung jawab percetakan
Hak Cipta Dilindungi Undang-undang Dilarang
memperbanyak karya tulis dalam bentuk dan dengan
cara apapun, tanpa ijin tertulis dari penerbit

MATEMATIKA EKONOMI

ISBN :

978-623-89542-7-8

Penulis :

Cici Puspaningrum, S.Pd., M.Pd
Kumala Vera Dewi, S.E., M.Si

Editor :

Muhammad Multazam, S.E., M.S.M

Penyunting :

Rahmat Idhami, S.Tr.t

Desain sampul dan tata letak:

Rahmat Idhami, S.Tr.t

(Sumber Gambar: Freepik.com)

Tanggal Terbit:

Januari 2025

Jumlah Halaman :

173

Penerbit:



**PT. Radja Intercontinental
Publishing**

KATA PENGANTAR

Puji Syukur Alhamdulillah buku refleksi ormawa ini dapat diselesaikan, terima kasih kepada semua pihak yang telah membantu sehingga dapat terbitnya buku refleksi ormawa ini. Tujuan dari buku matematika manajemen adalah untuk membantu pembaca, terutama mahasiswa dan praktisi di bidang manajemen, memahami dan menerapkan konsep matematika dalam pengambilan keputusan dan analisis manajerial.

Dalam Penulisan buku ini, Penulis menyadari bahwa masih jauh dari kesempurnaan baik isi maupun penyajiannya. Untuk itu, penulis mengharapkan kritik dan saran yang sifatnya membangun bagi penulis. Akhirnya atas segala bantuan yang telah penulis terima, semoga mendapat balasan dari Allah SWT, dan penulis berharap Buku ini dapat bermanfaat bagi penulis khususnya bagi pembaca pada umumnya.

Lhokseumawe, Januari 2024

Penulis

DAFTAR ISI

Halaman Judul.....	i
Peraturan Hak Cipta	ii
Halaman Sampul.....	iii
Halaman Penerbit.....	iv
Balik Halaman Judul.....	v
Alamat Redaksi.....	vi
Kata Pengantar	vii
Daftar Isi	ix
Bab I Fungsi Linier Dan Persamaan Garis Lurus	1
Bab II Aplikasi Fungsi Linier Di Bidang Ekonomi	12
Bab III Fungsi Non Linier	49
Bab IV Aplikasi Fungsi Non Linier Di Bidang Ekonomi	57
Bab V Diferensial	77
Bab VI Aplikasi Diferensial Di Bidang Ekonomi	93
Bab VII Integral.....	144
Bab VIII Aplikasi Integral Di Bidang Ekonomi.....	154
Daftar Pustaka	174
Profil Penulis.....	176

BAB I

FUNGSI LINIER DAN PERSAMAAN GARIS LURUS
--

Definisi Fungsi Linier

Pada dasarnya, definisi dari fungsi linear adalah relasi yang memasangkan setiap anggota yang ada di himpunan A dengan anggota lain di himpunan B. Semua anggota yang ada di himpunan A harus berpasangan dengan anggota yang ada di himpunan B. Fungsi linear ini disebut juga dengan Persamaan Garis Lurus (PGL). Seperti yang telah diungkapkan sebelumnya, fungsi dalam dunia matematika akan berkaitan erat dengan unsur pembentuknya, yakni berupa variabel, koefisien, dan konstanta. Dalam Dumairi (2015), fungsi linear adalah suatu fungsi yang sangat sering digunakan oleh ahli ekonomi dan bisnis dalam menganalisis dan memecahkan masalah- masalah ekonomi, dikarenakan kebanyakan masalah ekonomi dan bisnis dapat disederhanakan atau diterjemahkan kedalam model yang berbentuk linear.

Fungsi linier adalah suatu fungsi matematika yang menggambarkan hubungan antara dua variabel, di mana perubahan satu variabel sebanding dengan perubahan variabel lainnya, sehingga menghasilkan sebuah grafik berupa garis lurus. Fungsi ini memiliki bentuk yang sangat sederhana dan dikenal luas dalam berbagai bidang ilmu, seperti matematika, ekonomi, fisika, dan teknik.

Secara umum, fungsi linier dinyatakan dalam bentuk persamaan:

$$f(x)=ax+b$$

Di mana:

- $f(x)$ adalah nilai output (hasil fungsi) yang bergantung pada nilai input x
- a adalah koefisien yang disebut dengan *gradien* atau *kemiringan* dari garis tersebut, yang menunjukkan seberapa cepat perubahan $f(x)$ terhadap perubahan x ,
- b adalah konstanta yang menunjukkan nilai $f(x)$ ketika $x=0$, yaitu titik potong pada sumbu y (dikenal juga dengan istilah *intercept*),
- x adalah variabel input atau independen.

Ciri-ciri Fungsi Linier:

1. Grafik Berbentuk Garis Lurus: Jika fungsi linier digambarkan pada sistem koordinat Kartesius, grafiknya akan selalu membentuk garis lurus.
2. Tingkat Perubahan Konstan: Pada fungsi linier, laju perubahan output $f(x)$ terhadap input x selalu konstan, yang ditunjukkan oleh koefisien a . Artinya, setiap perubahan satu satuan pada x akan menyebabkan perubahan yang tetap pada $f(x)$.
3. Tidak Ada Kuadrat atau Pangkat Lainnya: Fungsi linier hanya melibatkan pangkat pertama dari x , tidak ada suku dengan pangkat lebih tinggi seperti x^2 , x^3 , dan seterusnya.

Interpretasi dari Komponen Fungsi Linier:

1. Koefisien a (Kemiringan atau Gradien): Menunjukkan arah dan kecepatan perubahan fungsi. Jika $a > 0$, fungsi meningkat (garis naik), jika $a < 0$,

fungsi menurun (garis turun), dan jika $a=0$, maka fungsi tersebut adalah garis horizontal.

2. Konstanta bbb (Intercept): Menunjukkan nilai fungsi saat $x=0$ yaitu titik potong fungsi dengan sumbu y . Nilai ini menunjukkan seberapa tinggi atau rendah garis tersebut diposisikan dalam grafik.

Contoh Fungsi Linier:

- $f(x)=2x+3$: Fungsi ini memiliki kemiringan 2 (artinya setiap kenaikan 1 unit pada x , $f(x)$ akan bertambah 2 unit) dan titik potong pada sumbu y adalah 3 (ketika $x=0$, maka $f(x)=3$).
- $f(x) = -x+5$: Fungsi ini memiliki kemiringan -1 (artinya setiap kenaikan 1 unit pada x , $f(x)$ akan berkurang 1 unit) dan titik potong pada sumbu y adalah 5.

Aplikasi Fungsi Linier:

Fungsi linier digunakan dalam berbagai bidang, antara lain:

1. Ekonomi: Untuk menghitung pendapatan atau biaya yang berhubungan langsung dengan jumlah barang yang diproduksi atau dijual.
2. Fisika: Untuk menggambarkan hubungan antara variabel yang berubah secara proporsional, seperti hubungan antara gaya dan percepatan dalam hukum Newton.
3. Keuangan: Untuk menghitung bunga tetap atau pembayaran pinjaman yang bersifat tetap dalam jangka waktu tertentu.

4. Statistika: Dalam regresi linier untuk memprediksi hubungan antara dua variabel, seperti antara iklan dan penjualan.

Fungsi linier adalah jenis fungsi yang memiliki hubungan proporsional antara variabel input dan output yang menghasilkan grafik berupa garis lurus. Dengan komponen dasar berupa gradien (kemiringan) dan intercept (titik potong), fungsi linier banyak digunakan dalam berbagai disiplin ilmu untuk memodelkan hubungan yang sederhana namun efektif.

Grafik Fungsi Linier

Grafik fungsi linier adalah garis lurus yang dapat digambarkan pada sistem koordinat Kartesius. Fungsi linier memiliki bentuk umum:

$$f(x)=ax+b$$

Di mana:

- a adalah gradien atau kemiringan garis,
- b adalah titik potong garis pada sumbu y (intercept).

Ciri-ciri Grafik Fungsi Linier:

1. Jika $a>0$: Grafik fungsi akan naik, yaitu semakin besar nilai x , semakin besar pula nilai $f(x)$.
2. Jika $a<0$: Grafik fungsi akan turun, yaitu semakin besar nilai x , semakin kecil nilai $f(x)$.
3. Jika $a=0$: Grafik fungsi akan menjadi garis horizontal, karena perubahan x tidak mempengaruhi $f(x)$.

Cara Menggambar Grafik Fungsi Linier:

Untuk menggambar grafik fungsi linier, Anda perlu dua informasi penting:

1. Titik potong pada sumbu y (y-intercept), yang diperoleh dari nilai b pada fungsi.
2. Kemiringan garis (gradien) yang diperoleh dari nilai a.

Langkah-langkah:

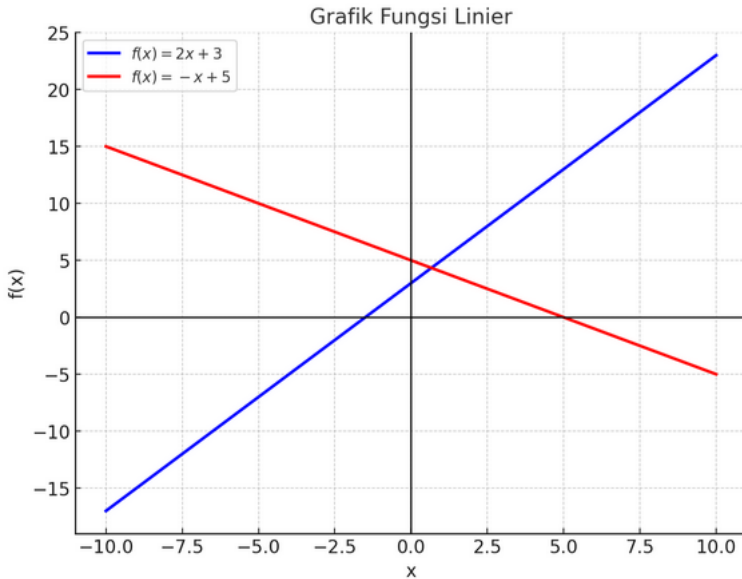
1. Tentukan titik potong dengan sumbu y (ketika $x=0$), yaitu titik $(0,b)$.
2. Gunakan gradien a untuk menemukan titik lain. Misalnya, jika $a=2$, berarti untuk setiap kenaikan 1 unit pada x , nilai $f(x)$ akan naik 2 unit. Jika $a=-3$, untuk setiap kenaikan 1 unit pada x , $f(x)$ akan turun 3 unit.
3. Gambarkan garis yang melalui titik-titik tersebut.

Contoh Grafik Fungsi Linier:

1. Fungsi $f(x)=2x+3$:
 - o Titik potong pada sumbu y: $(0,3)$.
 - o Kemiringan $a=2$, artinya untuk setiap kenaikan 1 unit pada x , $f(x)$ naik 2 unit.
 - o Dengan dua titik, kita dapat menggambar garis lurus yang melalui keduanya.
2. Fungsi $f(x)=-x+5$:
 - o Titik potong pada sumbu y: $(0,5)$.
 - o Kemiringan $a=-1$, artinya untuk setiap kenaikan 1 unit pada x , $f(x)$ turun 1 unit.

Berikut adalah representasi grafik secara visual untuk fungsi $f(x)=2x+3$ dan $f(x)=-x+5$:

- Grafik untuk $f(x)=2x+3$ akan berupa garis yang naik dari titik $(0,3)$.
- Grafik untuk $f(x)=-x+5$ akan berupa garis yang turun dari titik $(0,5)$.



Gambar 1.1 Contoh Grafik Fungsi Linier

Berikut adalah contoh grafik dari dua fungsi linier:

1. Fungsi $f(x)=2x+3$ (garis biru): Grafiknya adalah garis yang naik, dengan titik potong pada sumbu yyy di $(0,3)$.
2. Fungsi $f(x)=-x+5$ (garis merah): Grafiknya adalah garis yang turun, dengan titik potong pada sumbu yyy di $(0,5)$.

Grafik ini menunjukkan bagaimana perubahan nilai x berpengaruh pada nilai $f(x)$, dengan garis yang mewakili hubungan linier antara keduanya.

Gradien Persamaan Garis Lurus

Gradien adalah ukuran kemiringan suatu garis terhadap sumbu horizontal (sumbu x) dalam sistem koordinat kartesius. Gradien dapat digunakan untuk menggambarkan seberapa curam atau miring garis tersebut. Garis yang lebih curam memiliki gradien yang lebih besar, sementara garis yang lebih datar memiliki gradien yang lebih kecil. Gradien persamaan garis lurus adalah ukuran kemiringan garis terhadap sumbu horizontal (sumbu x) pada sistem koordinat kartesius. Gradien ini dapat dihitung dengan rumus:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

di mana:

- m adalah gradien garis,
- (x_1, y_1) dan (x_2, y_2) adalah dua titik yang terletak pada garis tersebut.

Jika persamaan garis lurus diberikan dalam bentuk umum $y=mx+c$ di mana m adalah gradien garis dan c adalah intersep pada sumbu y, maka mmm sudah langsung menunjukkan nilai gradien garis tersebut.

Contoh: Jika diketahui dua titik pada garis adalah (1,2) dan (3,6) maka gradiennya dapat dihitung sebagai berikut:

$$m = \frac{6 - 2}{3 - 1} = \frac{4}{2} = 2$$

Jadi, gradien garis yang melalui titik (1,2) dan (3,6) adalah 2.

Aplikasi Gradien

- **Perbandingan Kemiringan:** Dengan membandingkan gradien dua garis, kita dapat menentukan apakah garis-garis tersebut sejajar atau saling tegak lurus. Dua garis sejajar memiliki gradien yang sama, sementara dua garis yang tegak lurus memiliki gradien yang saling invers dan berlawanan tanda (produk gradien keduanya adalah -1).
- **Perencanaan dan Desain:** Dalam perencanaan infrastruktur, gradien digunakan untuk merancang jalan, saluran air, dan rel kereta api agar memiliki kemiringan yang sesuai.

Gradien dari persamaan garis lurus adalah parameter penting yang menggambarkan sejauh mana suatu garis miring terhadap sumbu x . Pemahaman tentang cara menghitung gradien, serta interpretasinya, sangat berguna dalam berbagai aplikasi matematika dan ilmu teknik.

Hubungan Dua Garis Lurus

Dalam geometri analitik, kita dapat membandingkan dua garis lurus untuk menentukan berbagai hubungan antara keduanya. Hubungan ini didasarkan pada posisi relatif kedua garis tersebut. Berikut adalah beberapa jenis hubungan antara dua garis lurus:

1. Garis Sejajar

Dua garis dikatakan sejajar jika keduanya memiliki gradien yang sama. Garis-garis ini tidak akan pernah bertemu, tidak peduli seberapa jauh mereka diperpanjang.

- **Kondisi:** Dua garis memiliki gradien yang sama, yaitu $m_1 = m_2$.

- Persamaan Garis: Misalnya, dua garis dengan persamaan $y=m_1x+c_1$ dan $y=m_2x+c_2$, jika $m_1=m_2$, maka garis-garis tersebut sejajar.

Contoh: Jika garis pertama memiliki persamaan $y=2x+3$ dan garis kedua memiliki persamaan $y=2x-1$, maka kedua garis tersebut sejajar karena keduanya memiliki gradien yang sama, yaitu $m=2$.

2. Garis Tegak Lurus (Perpendicular)

Dua garis dikatakan tegak lurus jika gradien keduanya saling berkebalikan dan berlawanan tanda. Artinya, hasil perkalian kedua gradien tersebut adalah -1 .

- Kondisi: Dua garis dikatakan tegak lurus jika $m_1 \times m_2 = -1$
- Persamaan Garis: Jika persamaan garis pertama adalah $y=m_1x+c_1$ dan persamaan garis kedua adalah $y=m_2x+c_2$, maka garis-garis tersebut tegak lurus jika $m_1 \times m_2 = -1$.

Contoh: Jika garis pertama memiliki persamaan $y=2x+3$ (gradien $m_1=2$) dan garis kedua memiliki persamaan $y=1/2x + 1$ maka kedua garis tersebut tegak lurus karena:

$$m_1 \times m_2 = 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -1$$

3. Garis Berpotongan (Intersecting)

Dua garis dikatakan berpotongan jika mereka memiliki gradien yang berbeda, dan dengan demikian akan bertemu pada suatu titik.

- Kondisi: Dua garis berpotongan jika gradiennya tidak sama, yaitu $m_1 \neq m_2$.
- Persamaan Garis: Jika persamaan dua garis adalah $y = m_1x + c_1$ dan $y = m_2x + c_2$, maka keduanya berpotongan jika $m_1 \neq m_2$. Titik perpotongannya dapat ditemukan dengan menyelesaikan sistem persamaan kedua garis tersebut.

Contoh: Misalnya, jika garis pertama adalah $y = 2x + 3$ dan garis kedua adalah $y = x - 4$, maka kedua garis tersebut berpotongan karena gradiennya berbeda ($m_1 = 2$ dan $m_2 = 1$). Untuk mencari titik perpotongan, kita menyelesaikan sistem persamaan:

$$2x + 3 = x - 4$$

$$2x - x = -4 - 3$$

$$x = -7$$

Substitusikan $x = -7$ ke dalam salah satu persamaan, misalnya $y = 2x + 3$:

$$y = 2(-7) + 3 = -14 + 3 = -11$$

Jadi, titik perpotongan garis-garis tersebut adalah $(-7, -11)$.

4. Garis Saling Tumpang Tindih (Coincident)

Dua garis dikatakan saling tumpang tindih jika mereka sebenarnya adalah garis yang sama, meskipun dituliskan dalam bentuk yang berbeda.

- Kondisi: Dua garis tumpang tindih jika persamaan kedua garis tersebut ekuivalen, yaitu jika $m_1=m_2$ dan $c_1=c_2$
- Persamaan Garis: Jika persamaan garis pertama adalah $y=m_1x+c_1$ dan garis kedua adalah $y=m_2x+c_2$, maka kedua garis tersebut tumpang tindih jika $m_1=m_2$ dan $c_1=c_2$.

Contoh: Jika kedua garis memiliki persamaan $y=2x+3$, maka keduanya tumpang tindih karena kedua persamaan tersebut identik.

5. Perbandingan Antara Garis Berbeda

- Garis Sejajar: $m_1=m_2$ (gradien sama).
- Garis Tegak Lurus: $m_1 \times m_2 = -1$ (produk gradien adalah -1).
- Garis Berpotongan: $m_1 \neq m_2$ (gradien berbeda).
- Garis Tumpang Tindih: $m_1=m_2$ dan $c_1=c_2$ (gradien dan intersep sama).

Memahami hubungan antara dua garis lurus penting dalam geometri analitik. Dengan mengetahui gradien masing-masing garis, kita dapat menentukan apakah garis-garis tersebut sejajar, tegak lurus, berpotongan, atau bahkan tumpang tindih. Setiap hubungan ini memiliki aplikasi dalam berbagai bidang matematika dan teknik.

BAB II

APLIKASI FUNGSI LINIER DI BIDANG EKONOMI

Fungsi Permintaan

Fungsi permintaan adalah persamaan yang menggambarkan hubungan antara jumlah barang atau jasa yang diminta oleh konsumen dengan faktor-faktor yang memengaruhinya, seperti harga barang, pendapatan konsumen, harga barang lain (substitusi atau komplementer), dan preferensi. Secara umum, fungsi permintaan berperan dalam menganalisis perilaku konsumen dalam ekonomi mikro.

Bentuk Umum Fungsi Permintaan

Fungsi permintaan linier yang paling sederhana biasanya dinyatakan dalam bentuk:

$$Q_d = a - bP$$

di mana:

- Q_d : Jumlah barang yang diminta (quantity demanded),
- P : Harga barang,
- a : Intersep (jumlah permintaan ketika harga = 0),
- b : Koefisien harga, yang menunjukkan sensitivitas jumlah permintaan terhadap perubahan harga (elastisitas harga).

Catatan:

- Koefisien $b > 0$, karena hubungan antara harga dan jumlah permintaan biasanya berbanding terbalik sesuai hukum permintaan.

Hukum Permintaan

- Hukum permintaan menyatakan bahwa jika harga barang naik, jumlah barang yang diminta cenderung turun, dan sebaliknya, jika harga barang turun, jumlah barang yang diminta cenderung meningkat (ceteris paribus – faktor lain tetap konstan).

Faktor-Faktor yang Mempengaruhi Permintaan

1. Harga Barang Itu Sendiri (PPP): Ketika harga barang meningkat, konsumen cenderung mengurangi jumlah barang yang dibeli.
2. Pendapatan Konsumen (YYY):
 - Barang normal: Jika pendapatan naik, permintaan naik.
 - Barang inferior: Jika pendapatan naik, permintaan turun.
3. Harga Barang Lain:
 - Barang substitusi: Jika harga barang substitusi naik, permintaan barang utama meningkat.
 - Barang komplementer: Jika harga barang komplementer naik, permintaan barang utama menurun.
4. Preferensi Konsumen: Perubahan selera atau tren memengaruhi permintaan barang.
5. Ekspektasi Konsumen: Harapan tentang kenaikan harga atau kelangkaan di masa depan dapat meningkatkan permintaan saat ini.
6. Jumlah Penduduk: Semakin banyak populasi, permintaan barang cenderung meningkat.

Contoh Fungsi Permintaan

Misalkan fungsi permintaan suatu barang adalah:

$$Q_d = 100 - 5P$$

- Ketika $P=10P$:

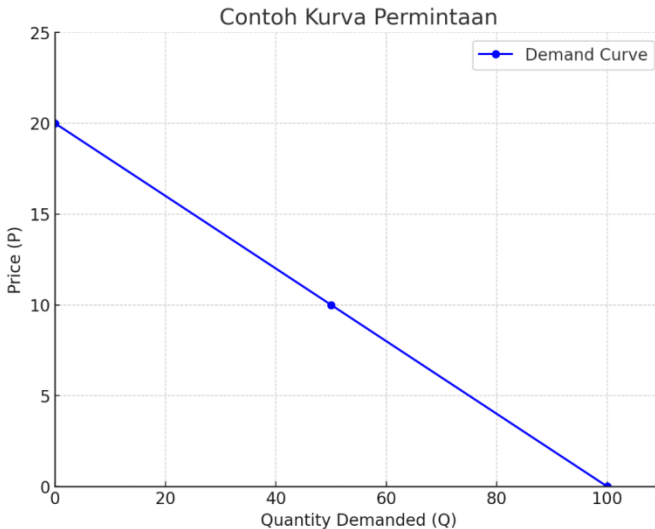
$$Q_d = 100 - 5(10) = 100 - 50 = 50$$

Artinya, jika harga barang $P=10$, jumlah barang yang diminta $Q_d=50$.

- Ketika $P=15$:

$$Q_d = 100 - 5(15) = 100 - 75 = 25$$

Jika harga barang naik menjadi $P=15$, jumlah barang yang diminta turun menjadi $Q_d=25$. Hal ini sesuai dengan hukum permintaan.



Gambar. Kurva Permintaan

Kurva permintaan adalah representasi grafis dari hubungan antara harga barang dan jumlah barang yang

diminta, dengan asumsi faktor-faktor lain tetap konstan (ceteris paribus). Bentuknya cenderung miring ke bawah dari kiri atas ke kanan bawah. Ini menunjukkan hubungan terbalik antara harga dan jumlah permintaan. Fungsi permintaan adalah alat penting dalam ekonomi untuk menganalisis bagaimana konsumen merespons perubahan harga dan faktor lainnya. Pemahaman tentang permintaan membantu dalam perencanaan produksi, penetapan harga, dan pengambilan keputusan ekonomi lainnya.

Fungsi Penawaran

Fungsi penawaran adalah persamaan yang menggambarkan hubungan antara jumlah barang atau jasa yang ditawarkan oleh produsen dengan faktor-faktor yang memengaruhinya, seperti harga barang, biaya produksi, teknologi, dan ekspektasi harga di masa depan. Fungsi ini digunakan untuk memahami bagaimana produsen merespons perubahan harga atau faktor lain dalam pasar.

Fungsi penawaran linier sederhana biasanya dinyatakan sebagai:

$$Q_s = c + dP$$

di mana:

- Q_s : Jumlah barang yang ditawarkan (quantity supplied),
- P : Harga barang,
- c : Intersep, yaitu jumlah barang yang tetap ditawarkan meskipun harga $P=0$,
- d : Koefisien harga, yang menunjukkan sensitivitas jumlah penawaran terhadap perubahan harga.

Catatan:

- Koefisien $d > 0$, karena hubungan antara harga dan penawaran biasanya berbanding lurus.

Hukum penawaran menyatakan bahwa jika harga barang naik, jumlah barang yang ditawarkan cenderung meningkat, dan sebaliknya, jika harga barang turun, jumlah barang yang ditawarkan cenderung berkurang (ceteris paribus – faktor lain tetap konstan).

Faktor-Faktor yang Mempengaruhi Penawaran

1. Harga Barang Itu Sendiri (P): Harga lebih tinggi memberikan insentif bagi produsen untuk meningkatkan produksi dan penawaran.
2. Biaya Produksi:
 - Jika biaya produksi turun (misalnya karena efisiensi teknologi), produsen dapat menawarkan lebih banyak barang.
 - Sebaliknya, biaya produksi yang naik mengurangi jumlah barang yang ditawarkan.
3. Teknologi: Inovasi teknologi yang meningkatkan produktivitas biasanya meningkatkan penawaran.
4. Harga Barang Lain: Produsen mungkin mengalihkan sumber daya untuk memproduksi barang lain yang lebih menguntungkan, sehingga memengaruhi penawaran barang utama.
5. Ekspektasi Harga Masa Depan: Jika produsen memperkirakan harga akan naik, mereka mungkin menahan sebagian stok untuk dijual nanti, sehingga penawaran saat ini berkurang.

6. Jumlah Produsen di Pasar: Penambahan produsen baru dalam pasar akan meningkatkan total penawaran barang.

Contoh Fungsi Penawaran

Misalkan fungsi penawaran suatu barang adalah:

$$Q_s = -20 + 4P$$

- Ketika $P=10$:

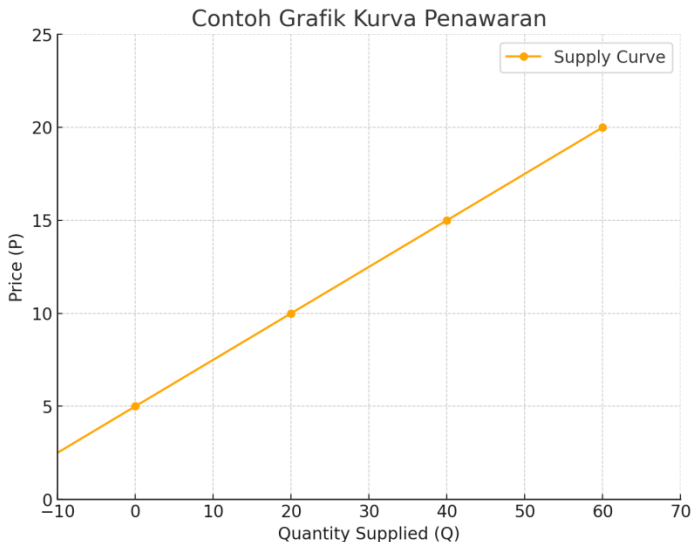
$$Q_s = -20 + 4(10) = -20 + 40 = 20$$

Artinya, jika harga barang $P=10$, jumlah barang yang ditawarkan $Q_s=20$.

- Ketika $P=5$:

$$Q_s = -20 + 4(5) = -20 + 20 = 0$$

Jika harga barang turun menjadi $P=5$, jumlah barang yang ditawarkan $Q_s=0$.



Gambar. Kurva Penawaran

Grafik di atas adalah contoh grafik kurva penawaran.

Garis yang miring ke atas dari kiri bawah ke kanan atas

menunjukkan hubungan positif antara harga (Price) dan jumlah barang yang ditawarkan (Quantity Supplied):

- Ketika harga rendah ($P=5$), jumlah yang ditawarkan adalah nol ($Q_s=0$).
- Ketika harga meningkat ($P=10$), jumlah yang ditawarkan bertambah menjadi $Q_s=20$.
- Pada harga yang lebih tinggi ($P=20$), jumlah yang ditawarkan meningkat lebih jauh menjadi $Q_s=60$.

Fungsi penawaran membantu dalam memahami bagaimana produsen bereaksi terhadap perubahan harga atau faktor lainnya di pasar. Pemahaman tentang penawaran juga penting untuk menentukan keseimbangan pasar dan strategi penetapan harga. Jika memerlukan ilustrasi kurva penawaran, saya dapat menggambarannya untuk Anda.

Keseimbangan Pasar

Harga pasar adalah istilah umum dalam ilmu ekonomi yang berkaitan dengan permintaan dan penawaran. Harga pasar disebut juga dengan harga keseimbangan karena penjual dan pembeli mencapai kesepakatan harga setelah proses tawar-menawar. Dikutip dari laman sumber.belajar.kemdikbud.go.id, keseimbangan pasar atau harga pasar adalah harga kesepakatan antara pembeli dan penjual yang terbentuk dari hasil tawar-menawar. Sementara, mengutip dari Investopedia, suatu pasar dikatakan telah mencapai harga keseimbangan ketika penawaran barang sesuai dengan permintaan. Harga keseimbangan adalah ketika penawaran barang sesuai

dengan permintaan. Keseimbangan pasar atau yang sering disebut market equilibrium merupakan sebuah kondisi sistem ekonomi ketika terjadi keseimbangan permintaan maupun penawaran antara jumlah produk atau jasa, pada harga tertentu. Dengan kata lain, keseimbangan pasar atau market equilibrium merupakan kestabilan yang terjadi antara harga yang ditawarkan produsen dan produk yang diminta konsumen. Jika keseimbangan dalam pasar telah tercapai, semua harga akan cenderung stabil.

1. Teori Tentang Keseimbangan Pasar

Guna menentukan keseimbangan pasar stabil ataupun tidak, teori mengenai keseimbangan pasar dapat dikalkulasikan dengan rumus untuk melihat kurva perkembangan keseimbangan dari pasar. Kondisi ini menjelaskan adanya kesamaan antara harga produk yang diminta konsumen dan penawaran dari produsen. Jika keseimbangan dalam pasar telah tercapai, semua harga akan cenderung stabil. Kondisi ini disebut dengan “keseimbangan harga”.

Kondisi keseimbangan pasar dinyatakan secara matematis akan menjadi seperti berikut:

$$\text{Permintaan (Demand)} = \text{Penawaran (Supply)}$$

$$QD = QS = QE$$

$$PD = PS = PE$$

Keterangan:

- D = Demand (permintaan)
- S = Supply (penawaran)
- P = Price (harga)
- Q = Quantity (jumlah/stok)
- E = Equilibrium (keseimbangan)

Jika dijelaskan dengan sebuah grafik, keseimbangan pada pasar muncul pada titik potong di antara kurva permintaan dan kurva penawaran. Pada kondisi keseimbangan pasar (market equilibrium), kuantitas permintaan (QD) akan sama dengan kuantitas penawaran (QS) atau terbentuk kuantitas keseimbangan (QE). Harga yang diminta (PD) pun akan sama dengan harga yang ditawarkan (PS) sehingga terbentuk harga keseimbangan (PE).

2. Jenis-jenis Keseimbangan Pasar

Keseimbangan pasar terbagi menjadi dua jenis, yaitu:

a. Keseimbangan pasar jangka pendek

Permintaan yang harus dipenuhi oleh perusahaan dalam pasar persaingan monopoli sebenarnya tidak elastis meski terlihat sangat elastis. Dengan begitu, jika berupa grafik, kurva permintaan memiliki slope negatif tetapi tidak securam seperti pasar monopoli. Jika dilihat sekilas, kurva keseimbangan perusahaan pada pasar persaingan monopoli sama dengan keseimbangan pada pasar monopoli, padahal sebenarnya tidak. Perbedaan utama dari kurva keduanya bisa terlihat pada kemiringan kurvanya.

b. Keseimbangan pasar jangka Panjang

Pada aspek kuantitatif, perusahaan hanya mendapat laba yang normal. Ini terjadi karena pada pasar persaingan monopoli, tidak ada kendala berarti untuk masuknya perusahaan yang semakin kecil. Semakin banyak perusahaan baru yang masuk pada suatu sektor industri, maka kapasitas produksi

akan semakin besar. Alhasil, perusahaan hanya mendapat laba normal untuk jangka panjang.

3. Fungsi Keseimbangan Pasar

Di dunia bisnis dan investasi, mempunyai fungsi permintaan ataupun penawaran yang berdampak dengan menyeluruh terhadap aliran keuangan perusahaan. Hal seperti ini dapat dipengaruhi oleh berbagai faktor agar terjadi kesepakatan harga di antara konsumen dan produsen.

a. Fungsi Permintaan

Fungsi permintaan dapat diidentifikasi dengan adanya jumlah barang yang sesuai dengan permintaan serta faktor pendukung lain, seperti hukum permintaan yang berlaku dalam suatu pasar. Produk yang mengalami kenaikan harga secara otomatis dapat memicu terjadinya penurunan permintaan terhadap produk tersebut. Demikian sebaliknya, jika harga barang menurun, permintaan terhadap barang tentunya akan meningkat secara drastis. Fungsi permintaan pasar itu sendiri adalah munculnya hubungan antara jumlah barang dan harga yang sering kali berbanding terbalik. Perbandingan tersebut terjadi jika harga barang turun karena permintaan yang meningkat. Begitu pula sebaliknya. Oleh karena itu, untuk tercapainya sebuah keseimbangan, sudah seharusnya terjadi suatu kondisi kompetisi bisnis antara kalangan produsen yang membuat para konsumen akan berkompetisi dalam meraih barang yang diinginkan.

b. Fungsi Penawaran

Fungsi penawaran lebih berfokus pada korelasi persamaan di antara harga dan jumlah barang yang ditawarkan pihak produsen. Mekanismenya disesuaikan dengan hukum penawaran, yakni ketika terdapat peningkatan jumlah barang, maka akan diikuti harga yang juga naik di pasar.

4. Faktor yang Memengaruhi Keseimbangan Pasar

Banyaknya faktor yang mampu memengaruhi keseimbangan pasar. Berikut beberapa faktor yang memiliki potensi mempengaruhi permintaan (demand) akan keseimbangan pasar:

a. Harga barang itu sendiri

Apabila harga barang naik, memiliki kecenderungan permintaan terhadap barang itu nantinya akan berkurang dan hal seperti ini berlaku juga sebaliknya. Ketika harga suatu barang turun, maka memiliki kecenderungan permintaan terhadap barang itu akan bertambah.

b. Barang lain yang berkaitan

Maksud dari barang lain yang terkait adalah barang yang sifatnya substitusi atau barang pengganti dan barang komplementer atau barang pelengkap.

- Permintaan barang substitusi memiliki hubungan positif yang berbanding lurus. Artinya, jika harga barang substitusi naik, maka permintaan barang tersebut akan meningkat. Hal ini juga akan berlaku sebaliknya, yaitu ketika apabila harga barang substitusinya turun, maka permintaan terhadap barang tersebut menjadi berkurang.

- Sedangkan, permintaan barang komplementer memiliki hubungan negatif atau berbanding terbalik. Artinya, jika harga barang komplementernya mengalami kenaikan, maka permintaan terhadap barang tersebut tentunya akan meningkat. Begitu pula jika harga barang komplementernya turun, maka permintaan terhadap barang tersebut akan menurun.

5. Proses Terjadinya Keseimbangan Pasar

Seperti yang sudah dijelaskan, keseimbangan pasar merupakan suatu bagian dari kegiatan ekonomi yang memiliki peranan penjual dan pembeli sangat besar dalam sebuah proses terbentuknya keseimbangan pasar. Berikut ini beberapa hal yang memengaruhi terjadinya proses terbentuknya keseimbangan pasar, antara lain:.

- a. Produsen penyediaan produk yang sesuai dengan permintaan

Sudah menjadi salah satu bagian strategi pemasaran utama kalau kewajiban seorang penjual adalah menyediakan produk yang sesuai dengan permintaan para pasar atau konsumen. Namun, jika barang tersedia dalam jumlah terlalu banyak disaat minat pembeli menurun atau sebaliknya, maka muncullah ketidakseimbangan pada harga pasar. Oleh sebab itu, penting untuk memastikan adanya keseimbangan antara permintaan dan penawaran.

- b. Pengendalian harga di pasar

Jika harga di pasar tidak terjadinya keseimbangan, maka keseimbangan pasar dapat diprediksi menjadi sulit. Ketika suatu harga menjadi terlalu tinggi, maka para konsumen pun menjadi dirugikan. Sementara itu, jika harga

terlalu rendah, menyebabkan terjadinya kerugian bagi penjual. Jadi, pentingnya menentukan sebuah kebijakan ekonomi sebagai intervensi guna menjaga kestabilan setiap harga.

c. Ketersediaan stok barang sesuai tawaran pembeli

Salah satu hal lain yang mampu menyebabkan terjadinya keseimbangan pasar adalah ketika adanya kesepakatan antara stok barang yang tersedia dengan kebutuhan pembeli. Hal ini membuat produsen atau penjual untuk menyediakan barang sesuai dengan stok yang dibutuhkan.

Jika penjual dan konsumen sepakat antara stok barang dan harganya, keseimbangan pun akan terjadi. Namun, jika adanya kekurangan atau kelangkaan stok, konsumen menjadi kesulitan mendapatkan barang. Hal ini dapat memengaruhi tingkatan harga pasar.

d. Keseimbangan permintaan dan tingkat ketersediaan

Dalam aktivitas pasar secara garis umum, konsumen akan mendorong para produsen untuk memastikan ketersediaan stok produknya. Produsen dituntut untuk dapat memastikan ketersediaan barang atau produk mereka cukup untuk beberapa waktu.

Apabila stok sesuai dengan permintaan pasar, akan terwujudnya keseimbangan pasar. Oleh sebab itu, harga pada suatu produk biasanya disesuaikan dengan stok barang yang tersedia.

Pengaruh Pajak Terhadap Keseimbangan Pasar

Pajak merupakan instrumen utama yang digunakan oleh pemerintah untuk mengumpulkan pendapatan sekaligus mengarahkan perilaku ekonomi masyarakat. Namun, pemberlakuan pajak pada barang atau jasa memengaruhi keseimbangan pasar, terutama hubungan antara produsen dan konsumen. Dampak pajak terlihat dalam perubahan harga yang dibayarkan konsumen, harga yang diterima produsen, jumlah barang yang diperdagangkan, dan kesejahteraan ekonomi secara keseluruhan.

1. Konsep Pajak dalam Pasar

Pajak adalah biaya tambahan yang dikenakan oleh pemerintah pada barang atau jasa tertentu. Dalam pasar, pajak memengaruhi baik sisi permintaan maupun penawaran, tergantung kepada siapa pajak dikenakan:

- a. Pajak pada produsen meningkatkan biaya produksi, menyebabkan produsen hanya mau menawarkan barang pada harga yang lebih tinggi.
- b. Pajak pada konsumen meningkatkan harga barang yang harus dibayar, mengurangi daya beli dan permintaan terhadap barang tersebut.

Jenis pajak yang umum dalam pasar:

- Pajak per unit: Biaya tetap per unit barang yang diperdagangkan.
- Pajak ad valorem: Biaya pajak dalam bentuk persentase dari harga barang.

2. Pengaruh Pajak pada Keseimbangan Pasar

Keseimbangan pasar tanpa pajak terjadi ketika jumlah barang yang diminta konsumen sama dengan jumlah

barang yang ditawarkan produsen pada tingkat harga tertentu. Pengenaan pajak mengubah dinamika ini, dengan beberapa dampak utama:

a. Perubahan Harga

- Harga Konsumen (P_c): Harga yang dibayarkan oleh konsumen meningkat setelah pajak.
- Harga Produsen (P_p): Harga yang diterima oleh produsen berkurang setelah pajak.
- Hubungan antara P_c , P_p , dan pajak per unit (T):

$$P_c = P_p + T$$

b. Perubahan Jumlah Keseimbangan Pajak menyebabkan jumlah barang yang diperdagangkan (Q) berkurang dibandingkan dengan kondisi tanpa pajak, karena konsumen cenderung mengurangi pembelian pada harga yang lebih tinggi dan produsen cenderung mengurangi penawaran pada harga yang lebih rendah.

c. Efek pada Surplus Konsumen dan Produsen

- Surplus konsumen: Menurun karena konsumen membayar harga yang lebih tinggi.
- Surplus produsen: Menurun karena produsen menerima harga yang lebih rendah.

d. Pendapatan Pajak Pemerintah Pajak menghasilkan pendapatan bagi pemerintah sebesar:
 $\text{Pendapatan Pajak} = T \times Q$

- e. Kerugian Efisiensi (Deadweight Loss) Pajak menyebabkan berkurangnya jumlah barang yang diperdagangkan, menciptakan potensi keuntungan ekonomi yang hilang. Hal ini dikenal sebagai kerugian efisiensi atau deadweight loss.

3. Analisis Matematis dan Grafik

Misalkan:

- Fungsi permintaan: $Q_d = a - bP$
- Fungsi penawaran: $Q_s = c + dP$
- Pajak per unit: T

Keseimbangan tanpa pajak terjadi saat $Q_d = Q_s$, sedangkan keseimbangan dengan pajak memengaruhi kedua fungsi tersebut:

- Kurva penawaran bergeser ke kiri (produsen menyesuaikan dengan pajak).
- Harga konsumen P_c meningkat, sedangkan harga produsen P_p menurun.

Contoh Kasus

1. Tanpa Pajak

- Fungsi permintaan: $Q_d = 100 - 2P$
- Fungsi penawaran: $Q_s = -20 + 4P$
- Keseimbangan: $P = 20, Q = 60$

2. Dengan Pajak ($T = 10$)

- Fungsi penawaran baru: $Q_s = -20 + 4(P - 10)$.
- Harga konsumen (P_c) = 26.67, harga produsen (P_p) = 16.67.
- Jumlah barang (Q) = 46.67.

Pengaruh Subsidi Terhadap Keseimbangan Pasar

Subsidi adalah bantuan finansial yang diberikan oleh pemerintah kepada produsen atau konsumen dengan tujuan menurunkan harga barang atau jasa. Dalam pasar, subsidi berfungsi untuk meningkatkan produksi, konsumsi, atau daya saing suatu barang atau jasa. Dampaknya terlihat pada harga yang dibayar konsumen, harga yang diterima produsen, jumlah barang yang diperdagangkan, serta kesejahteraan ekonomi secara keseluruhan. Subsidi dapat memengaruhi keseimbangan pasar dengan menurunkan harga penjualan, sehingga jumlah keseimbangan meningkat:

- Pengaruh pada penawaran: Subsidi membuat biaya produksi produsen lebih rendah, sehingga produsen bersedia menjual produk dengan harga lebih rendah.
- Pengaruh pada daya beli: Subsidi meningkatkan daya beli konsumen terhadap produk tersebut.
- Pengaruh pada pelaku usaha: Subsidi dapat meningkatkan hasil penjualan usaha, sehingga pelaku usaha dapat meraup keuntungan dan menghindari risiko kebangkrutan.

Subsidi merupakan bantuan yang diberikan oleh pemerintah kepada produsen terhadap produk yang akan dibuat atau dipasarkan.

Subsidi adalah bantuan yang diberikan pemerintah kepada produsen, sehingga harga yang ditawarkan sesuai dengan keinginan dengan harga lebih murah daripada harga semula. Subsidi akan mengubah fungsi penawaran dan keseimbangan pasar.

Fungsi penawaran setelah subsidi : $F(Q) = P + S$ atau $P = F(Q)$

Keseimbangan pasar sebelum subsidi : $Q_d = Q_s$ atau $P_d = P_s$

Keseimbangan pasar setelah subsidi : $P_d = P_{ss}$

Subsidi untuk konsumen : $Sk = (P_d - P_s) \times Q_s$

Subsidi yang diberikan oleh Pemerintah : $SG = s \times Q_s$

Subsidi untuk produsen : $SP = s - (P_d - P_s) \times Q_s$.

Contoh soal: jika fungsi permintaan akan suatu komoditas adalah $Q_d = 1200 - 200P$ sedangkan besarnya fungsi penawaran $Q_s = -400 + 200P$. Dan subsidi diberikan pemerintah adalah sebesar Rp 200 setiap unit barang yang di produksi. Tentukan:

a. Berapakah jumlah dan harga barang keseimbangan pasar sebelum subsidi

b. Berapakah jumlah dan harga keseimbangan pasar setelah subsidi

c. Berapakah bagian dari subsidi untuk konsumen

d. Berapakah bagian subsidi untuk produsen

e. Berapakah subsidi yang diberikan oleh pemerintah

Jawab:

a. Jumlah dan harga barang keseimbangan pasar sebelum subsidi

$$Q_d = Q_s$$

$$1200 - 200P = -400 + 200P$$

$$-200P - 200P = -400 - 1200$$

$$P = 400$$

$$\text{Maka } Q_d = 1200 - 200P \quad Q_s = -400 + 200P$$

$$= 1200 - 800 = -400 + 800 = 400$$

$$= 400$$

Jadi nilai keseimbangan pasar sebelum subsidi adalah P,Q adalah 400 dan 400

- b. Jumlah dan harga keseimbangan pasar setelah subsidi

$$Qd = 1200 - 200P \text{ maka } Pd = -Qd + 600$$

$$Qs = -400 + 200P \text{ maka } Ps = Qs + 200$$

$$\text{Maka } Pd = Ps$$

$$-Qd + 600 = Qs$$

$$Qs = 600$$

$$\text{Maka } Pss = Qs + 200 - 200$$

$$= 300$$

Jadi nilai keseimbangan subsidi adalah P, Q (300, 600)

- c. Bagian dari subsidi untuk konsumen

$$SK = (Pd - Ps) \times Qs$$

$$SK = (400 - 300) \times 600$$

$$SK = Qs \times s$$

$$= 60.000 \times 200 = 12.000.000$$

- d. Bagian dari subsidi untuk produsen

$$SP = (Pd - Ps) \times Qs - s$$

$$SP = (400 - 300) \times 600 - 200 = 59.800$$

- e. Subsidi yang diberikan oleh pemerintah

$$SG = s \times Qs$$

$$= 200 \times 600 = 120.000$$

Keseimbangan Pasar Dua Jenis Barang

Keseimbangan pasar dua jenis barang adalah kondisi di mana permintaan dan penawaran untuk dua barang yang memiliki hubungan tertentu (substitusi atau komplementer) berada dalam titik keseimbangan secara bersamaan.

Analisis ini memperhitungkan bagaimana perubahan harga atau faktor lain dari satu barang dapat memengaruhi barang lainnya.

1. Jenis Hubungan Antar Dua Barang

a. Barang Substitusi:

- Dua barang yang dapat saling menggantikan dalam memenuhi kebutuhan konsumen.
- Contoh: Teh dan kopi.
- Jika harga salah satu barang naik, permintaan terhadap barang lain cenderung meningkat karena konsumen beralih.

b. Barang Komplementer:

- Dua barang yang saling melengkapi dan biasanya digunakan bersama.
- Contoh: Mobil dan bahan bakar.
- Jika harga salah satu barang naik, permintaan terhadap kedua barang cenderung menurun karena penggunaan barang tersebut bergantung satu sama lain.

2. Analisis Keseimbangan Pasar Dua Barang

Keseimbangan untuk dua jenis barang dapat dianalisis dengan menggunakan sistem persamaan yang

mencakup permintaan dan penawaran masing-masing barang.

a. Barang Substitusi

Jika dua barang merupakan substitusi, fungsi permintaan satu barang dipengaruhi oleh harga barang lain.

Persamaan Permintaan:

$$Qd1=a-bP1+cP2$$

$$Qd2=d-eP2+fP1$$

- $Qd1, Qd2$: Kuantitas barang 1 dan barang 2 yang diminta.
- $P1, P2$: Harga barang 1 dan barang 2.
- a,b,c,d,e,f : Koefisien yang menggambarkan sensitivitas permintaan terhadap perubahan harga.

Keseimbangan: Keseimbangan tercapai ketika kuantitas yang diminta sama dengan kuantitas yang ditawarkan untuk kedua barang:

$$Qd1=Qs1$$

$$Qd2=Qs2$$

Perubahan harga salah satu barang (misalnya $P1$ naik) akan menyebabkan peningkatan permintaan barang substitusi ($Qd2$) dan bergeser ke keseimbangan baru.

b. Barang Komplementer

Jika dua barang merupakan komplementer, fungsi permintaan satu barang dipengaruhi oleh harga barang komplementernya.

Persamaan Permintaan:

$$Qd1=a-bP1-cP2$$

$$Qd2=d-eP2-fP1$$

- $Qd1, Qd$: Kuantitas barang 1 dan barang 2 yang diminta.
- $P1, P2$: Harga barang 1 dan barang 2.
- a,b,c,d,e,f : Koefisien yang menggambarkan sensitivitas permintaan terhadap perubahan harga.

Keseimbangan: Perubahan harga salah satu barang akan memengaruhi keseimbangan kedua barang. Misalnya, jika harga mobil naik ($P1$), permintaan terhadap bahan bakar ($Qd2$) juga menurun, sehingga terjadi penyesuaian keseimbangan pada kedua pasar.

3. Pengaruh Faktor Lain

a. Pendapatan Konsumen:

- Peningkatan pendapatan dapat meningkatkan permintaan untuk kedua barang, baik substitusi maupun komplementer.

b. Kebijakan Pemerintah:

- Subsidi atau pajak pada salah satu barang akan memengaruhi harga relatif dan keseimbangan kedua barang.

c. Perubahan Biaya Produksi:

- Jika biaya produksi salah satu barang naik, harga barang tersebut naik, memengaruhi keseimbangan kedua barang.

4. Contoh Kasus

Barang Substitusi:

- Harga teh naik dari Rp10.000 menjadi Rp12.000.

- Konsumen beralih ke kopi, meningkatkan permintaan kopi dari 1.000 unit menjadi 1.200 unit.
- Harga kopi pun naik, menyebabkan keseimbangan baru dengan kuantitas kopi yang lebih tinggi.

Barang Komplementer:

- Harga mobil naik dari Rp200 juta menjadi Rp250 juta.
- Penjualan mobil menurun, dari 5.000 unit menjadi 4.000 unit.
- Permintaan bahan bakar turun, dari 50 juta liter menjadi 45 juta liter.

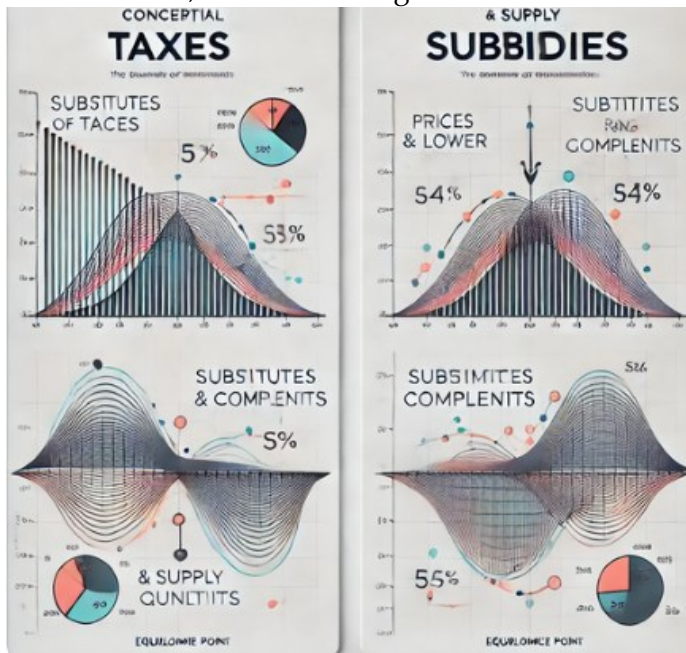
Keseimbangan pasar dua jenis barang dipengaruhi oleh hubungan substitusi atau komplementer di antara keduanya. Perubahan harga, pendapatan, atau kebijakan pemerintah dapat menggeser titik keseimbangan, yang memengaruhi harga dan jumlah kedua barang di pasar. Analisis ini membantu memahami interaksi dinamis antar pasar dan implikasi kebijakan ekonomi terhadap konsumsi dan produksi.

Pengaruh Pajak dan Subsidi Terhadap Keseimbangan Dua Jenis Barang

Pengenaan pajak terhadap jenis barang akan mengakibatkan harganya menjadi lebih mahal, sehingga kurva penawaran akan bergeser ke kiri atas, yang menghasilkan keseimbangan pasar baru. Sebaliknya pemberian subsidi terhadap barang akan mengakibatkan harganya menjadi lebih murah, sehingga kurva

penawarannya akan bergeser kekanan bawah, yang menghasilkan

keseimbangan pasar baru. Keseimbangan pasar secara aljabar dapat diperoleh dengan mengerjakan fungsi penawaran dan permintaan. Penerapan konsep pada keseimbangan pasar berlaku pada keseimbangan pasar dua macam produk dengan beberapa aplikasi matematika metode eliminasi, substitusi dan grafik.



Gambar. grafik Pengaruh Pajak dan Subsidi Terhadap Keseimbangan Dua Jenis Barang

Berikut adalah model grafik yang menggambarkan pengaruh pajak dan subsidi terhadap keseimbangan dua jenis barang. Grafik ini menunjukkan bagaimana pajak menyebabkan harga lebih tinggi dan jumlah lebih rendah

(grafik kiri) serta bagaimana subsidi menurunkan harga dan meningkatkan jumlah (grafik kanan).

Fungsi Penerimaan Total

Sukirno (2020) menjelaskan bahwa penerimaan total adalah seluruh pendapatan yang diperoleh perusahaan dari hasil penjualan barang atau jasa dalam suatu periode tertentu. Fungsi ini merupakan hasil perkalian antara harga per unit dengan jumlah barang atau jasa yang terjual. Penerimaan total juga menjadi indikator kinerja keuangan perusahaan dalam jangka pendek. Mankiw (2020) menyatakan bahwa fungsi penerimaan total adalah hubungan matematis antara harga barang dan kuantitas yang terjual, yang dapat digunakan untuk menganalisis dampak perubahan harga terhadap pendapatan perusahaan. Fungsi ini penting dalam memahami elastisitas harga permintaan dan pengaruhnya terhadap pendapatan. Salvatore (2020) mengungkapkan bahwa penerimaan total merupakan dasar dalam analisis perilaku konsumen dan produsen. Ia menggambarkan fungsi penerimaan total sebagai alat untuk mengevaluasi hubungan antara perubahan variabel harga dan jumlah, serta bagaimana hal tersebut memengaruhi profitabilitas perusahaan.

Penerimaan total adalah fungsi ekonomi yang mencerminkan kapasitas perusahaan dalam menghasilkan pendapatan dari aktivitas penjualannya. Konsep ini tidak hanya mencakup hubungan kuantitatif antara harga dan jumlah tetapi juga interaksi dengan faktor-faktor eksternal seperti pajak dan subsidi. Fungsi penerimaan total menurut para ahli tahun 2020 didefinisikan sebagai hubungan

matematis antara harga (P) dan jumlah barang terjual (Q), yang berfungsi sebagai alat untuk menganalisis pendapatan, pengaruh elastisitas permintaan, dan kebijakan ekonomi. Penerimaan total digunakan untuk membantu produsen mengambil keputusan strategis terkait penetapan harga, volume produksi, dan proyeksi keuangan.

Penerimaan Total (Total Revenue/TR) adalah jumlah pendapatan yang diperoleh dari penjualan barang atau jasa pada tingkat harga tertentu. Konsep ini penting dalam ekonomi dan bisnis karena membantu produsen memahami hubungan antara harga, jumlah barang terjual, dan total pendapatan yang dihasilkan.

1. Rumus Penerimaan Total

Penerimaan total dihitung dengan mengalikan harga per unit barang (P) dengan jumlah barang yang terjual (Q):

$$TR=P \times Q$$

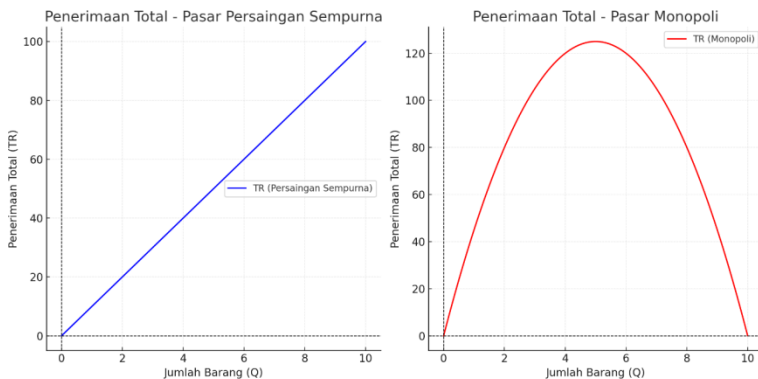
- **TR:** Total Revenue (Penerimaan Total)
- **P:** Price (Harga per unit barang atau jasa)
- **Q:** Quantity (Jumlah barang atau jasa yang terjual)

2. Hubungan Penerimaan Total dengan Elastisitas Permintaan

Perubahan penerimaan total sangat dipengaruhi oleh elastisitas harga permintaan. Elastisitas harga permintaan mengukur sejauh mana perubahan harga memengaruhi jumlah barang yang diminta.

- Ketika Permintaan Elastis ($E_d > 1$):
 - Penurunan harga meningkatkan penerimaan total.

- Kenaikan harga menurunkan penerimaan total.
 - Ketika Permintaan Inelastis ($E_d < 1$):
- Penurunan harga menurunkan penerimaan total.
- Kenaikan harga meningkatkan penerimaan total.
 - Ketika Permintaan Unit Elastis ($E_d = 1$):
- Perubahan harga tidak memengaruhi penerimaan total.



Gambar. Penerimaan Total

Grafik di atas menunjukkan bentuk Penerimaan Total (TR) untuk dua struktur pasar:

- Pasar Persaingan Sempurna (kiri):
 - Penerimaan Total meningkat secara linear, karena harga tetap tidak berubah meskipun jumlah barang yang dijual bertambah.
- Pasar Monopoli (kanan):
 - Penerimaan Total berbentuk parabola terbalik.
 - Awalnya meningkat karena penjualan bertambah, tetapi menurun setelah mencapai titik maksimum akibat efek harga yang turun.

3. Contoh Kasus Penerimaan Total

Contoh 1: Harga Tetap

- Harga barang: Rp10.000/unit
- Jumlah barang terjual: 100 unit

$$TR=P \times Q=10.000 \times 100=\text{Rp}1.000.000$$

Contoh 2: Pengaruh Penurunan Harga

- Harga awal: Rp10.000/unit, jumlah terjual: 100 unit, $TR=\text{Rp}1.000.000$
- Harga turun menjadi Rp8.000/unit, jumlah terjual meningkat menjadi 150 unit:

$$TR=P \times Q=8.000 \times 150=\text{Rp}1.200.000$$

Dalam kasus ini, penerimaan total meningkat karena permintaan elastis.

Fungsi Biaya

Fungsi biaya adalah salah satu konsep penting dalam ekonomi dan manajemen keuangan. Para ahli memberikan berbagai pandangan dan definisi terkait fungsi biaya, yang mencakup hubungan antara biaya total dan tingkat output yang dihasilkan. Case & Fair (2019) Dalam buku *Principles of Economics*, Case dan Fair menyatakan bahwa fungsi biaya menggambarkan hubungan antara biaya yang dikeluarkan oleh perusahaan dengan tingkat output yang dihasilkan. Fungsi ini membantu dalam memahami biaya total (total cost), biaya tetap (fixed cost), dan biaya variabel (variable cost), serta bagaimana masing-masing komponen tersebut memengaruhi keputusan produksi. Mankiw (2019) dalam *Principles of Economics*, fungsi biaya merupakan alat analisis untuk menjelaskan bagaimana biaya berubah dengan

variasi output. Mankiw menekankan pentingnya memahami biaya marginal (marginal cost) dan biaya rata-rata (average cost) untuk menentukan tingkat produksi yang efisien.

Nicholson & Snyder (2019) Dalam buku *Microeconomic Theory: Basic Principles and Extensions*, Nicholson dan Snyder menjelaskan bahwa fungsi biaya adalah hubungan matematis yang mencerminkan biaya minimum yang diperlukan untuk menghasilkan tingkat output tertentu. Mereka menekankan bahwa fungsi ini mencakup biaya eksplisit (seperti bahan baku) dan biaya implisit (seperti biaya peluang). Samuelson & Nordhaus (2019) Dalam buku *Economics*, Samuelson dan Nordhaus mendefinisikan fungsi biaya sebagai kurva yang menunjukkan pengeluaran minimum untuk menghasilkan suatu tingkat output tertentu dengan teknologi tertentu. Mereka membahas konsep seperti skala ekonomi dan biaya produksi jangka pendek dan panjang.

Fungsi biaya (cost function) adalah hubungan matematis yang menunjukkan bagaimana total biaya produksi (total cost, TC) berubah sesuai dengan tingkat output (Q) yang dihasilkan. Fungsi biaya mencakup berbagai komponen, seperti biaya tetap (FC), biaya variabel (VC), dan biaya marginal (MC).

1. Rumus Dasar Fungsi Biaya:

a. Biaya Total (Total Cost, TC)

$$TC=FC+VC$$

- FC: Biaya tetap, tidak tergantung pada tingkat output.

- VC: Biaya variabel, berubah seiring dengan tingkat output.

b. Biaya Variabel (Variable Cost, VC)

$$VC=f(Q)$$

VC merupakan fungsi dari tingkat output Q.

c. Biaya Rata-rata (Average Cost, AC)

$$AC = \frac{TC}{Q}$$

- Biaya per unit output.

d. Biaya Marginal (Marginal Cost, MC)

$$MC = \frac{\Delta TC}{\Delta Q}$$

- Penambahan biaya untuk memproduksi satu unit output tambahan.

2. Contoh Fungsi Biaya dalam Praktik

a. Fungsi Biaya Linier

Biaya variabel bertambah secara proporsional dengan output:

$$TC=FC+aQ$$

- a: Biaya variabel per unit.

b. Fungsi Biaya Kuadrat

Biaya variabel meningkat dengan laju yang lebih cepat karena efisiensi menurun:

$$TC=FC+aQ+bQ^2$$

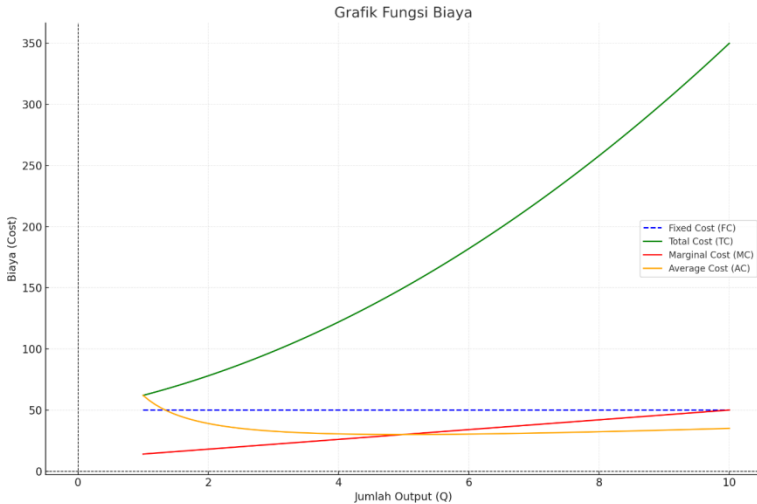
- b: Koefisien yang mencerminkan percepatan peningkatan biaya variabel.

c. Fungsi Biaya Jangka Panjang

Menggambarkan biaya total dalam jangka panjang, di mana semua input bersifat variabel:

$$TC=aQb$$

- a: Konstanta biaya awal.
- b: Elastisitas biaya terhadap output.



Gambar. Fungsi Biaya

Grafik di atas menunjukkan berbagai fungsi biaya:

1. Biaya Tetap (Fixed Cost, FC): Garis horizontal biru putus-putus, tetap konstan di semua tingkat output.
2. Biaya Total (Total Cost, TC): Garis hijau, dimulai dari nilai FC dan meningkat sesuai dengan Biaya Variabel (VC).
3. Biaya Marginal (Marginal Cost, MC): Garis merah, berbentuk U yang mencerminkan hukum hasil tambahan yang semakin berkurang.
4. Biaya Rata-rata (Average Cost, AC): Garis oranye, juga berbentuk U karena biaya tetap menyebar dengan peningkatan output, tetapi biaya variabel meningkat pada tingkat output yang lebih tinggi.

Fungsi Konsumsi, Tabungan, Investasi dan Pajak

1. Fungsi Konsumsi

Fungsi konsumsi menjelaskan hubungan antara tingkat pendapatan dan jumlah pengeluaran rumah tangga untuk barang dan jasa.

- Mankiw (2019)

Dalam *Principles of Economics*, Mankiw mendefinisikan fungsi konsumsi sebagai hubungan antara konsumsi dan pendapatan disposabel (pendapatan setelah pajak). Model sederhana ditulis:

$$C = a + bY_d$$

di mana a adalah konsumsi otonom (konsumsi ketika pendapatan nol), b adalah marginal propensity to consume (MPC), dan Y_d adalah pendapatan disposabel.

- Samuelson & Nordhaus (2019) Mereka menekankan bahwa fungsi konsumsi tidak hanya dipengaruhi oleh pendapatan tetapi juga oleh faktor lain, seperti tingkat bunga, ekspektasi ekonomi, dan kebijakan pemerintah.

2. Fungsi Tabungan

Fungsi tabungan menggambarkan hubungan antara pendapatan disposabel dan tabungan.

- Case & Fair (2019) Dalam *Principles of Economics*, Case dan Fair menjelaskan bahwa tabungan adalah sisa dari pendapatan disposabel setelah konsumsi. Fungsi tabungan sering ditulis sebagai:

$$S=Y_d-C$$

di mana S adalah tabungan, Y_d adalah pendapatan disposabel, dan C adalah konsumsi.

- Nicholson & Snyder (2019) Tabungan dapat dipandang sebagai perilaku intertemporal, di mana individu menunda konsumsi sekarang untuk konsumsi di masa depan.

3. Fungsi Investasi

Fungsi investasi menggambarkan hubungan antara tingkat investasi dan faktor-faktor seperti tingkat bunga dan ekspektasi laba di masa depan.

- Blanchard (2019) Dalam *Macroeconomics*, Blanchard menjelaskan bahwa investasi bergantung pada tingkat bunga dan tingkat pengembalian yang diharapkan:

$$I=f(r,E)$$

di mana I adalah investasi, r adalah tingkat bunga, dan E adalah ekspektasi keuntungan.

- Mankiw (2019) Investasi ditentukan oleh biaya modal dan tingkat pengembalian yang diharapkan. Ketika tingkat bunga turun, investasi cenderung meningkat.
- ### 4. Fungsi Pajak

Fungsi pajak menunjukkan hubungan antara pendapatan masyarakat dan jumlah pajak yang harus dibayarkan.

- Samuelson & Nordhaus (2019) Pajak dapat bersifat proporsional (proporsi tetap terhadap pendapatan), progresif (persentase pajak meningkat dengan

pendapatan), atau regresif (persentase pajak menurun dengan pendapatan). Fungsi pajak sederhana ditulis:

$$T=tY$$

di mana T adalah pajak, t adalah tarif pajak, dan Y adalah pendapatan.

- Case & Fair (2019) Pajak tidak hanya berfungsi sebagai sumber pendapatan negara, tetapi juga sebagai alat redistribusi pendapatan dan stabilisasi ekonomi.

Pendapatan Nasional dan Pendapatan Disposabel

1. Pendapatan Nasional (National Income)

Pendapatan nasional adalah total nilai barang dan jasa yang dihasilkan suatu negara dalam periode tertentu (biasanya satu tahun) setelah dikurangi dengan penyusutan dan pajak tidak langsung.

- Case & Fair (2019) Dalam buku *Principles of Economics*, mereka mendefinisikan pendapatan nasional sebagai jumlah dari seluruh pendapatan yang diterima oleh faktor produksi, yaitu tenaga kerja, modal, tanah, dan kewirausahaan, dalam proses produksi selama satu periode tertentu.
- Mankiw (2019) Gregory Mankiw menyatakan bahwa pendapatan nasional adalah total pendapatan yang dihasilkan oleh perekonomian suatu negara, mencakup gaji, upah, laba, bunga, dan sewa. Pendapatan nasional dihitung dengan menyesuaikan Produk Domestik Bruto (PDB) untuk penyusutan, pajak tidak langsung, dan subsidi.

- Samuelson & Nordhaus (2019) Mereka mendefinisikan pendapatan nasional sebagai indikator utama untuk mengukur kesehatan ekonomi suatu negara. Pendapatan nasional mencakup semua penghasilan warga negara, termasuk pendapatan dari luar negeri.

Pendapatan Nasional adalah total nilai pendapatan yang diterima oleh faktor-faktor produksi (tenaga kerja, modal, tanah, dan kewirausahaan) dalam suatu negara selama satu periode tertentu, biasanya satu tahun. Konsep ini mencerminkan ukuran kinerja ekonomi suatu negara dan sering digunakan untuk analisis ekonomi makro.

2. Komponen Pendapatan Nasional

- a. Upah (Wages): Pendapatan dari tenaga kerja.
- b. Laba (Profit): Keuntungan perusahaan.
- c. Bunga (Interest): Pendapatan dari modal.
- d. Sewa (Rent): Pendapatan dari tanah dan property.

3. Rumus Pendapatan Nasional (Sederhana):

$$NI = GDP - \text{Penyusutan} - \text{Pajak Tidak Langsung} + \text{Subsidi}$$

atau dapat dihitung sebagai:

$$NI = \text{Upah} + \text{Laba} + \text{Bunga} + \text{Sewa}$$

Fungsi Utama Pendapatan Nasional:

- Mengukur kinerja ekonomi suatu negara.
- Sebagai dasar untuk kebijakan ekonomi, seperti fiskal dan moneter.

4. Pendapatan Disposabel (Disposable Income)

Pendapatan disposabel adalah pendapatan yang tersisa setelah pajak langsung dikurangi dari pendapatan pribadi. Pendapatan ini mencerminkan jumlah uang yang benar-benar dapat digunakan untuk konsumsi atau tabungan.

- Blanchard (2019) Dalam *Macroeconomics*, Blanchard mendefinisikan pendapatan disposabel sebagai pendapatan yang tersedia bagi rumah tangga untuk dibelanjakan atau ditabung setelah pajak langsung dikurangi.
- Mankiw (2019) Mankiw menjelaskan bahwa pendapatan disposabel adalah bagian dari pendapatan nasional yang diterima oleh rumah tangga setelah memperhitungkan pajak langsung. Pendapatan ini menjadi dasar untuk menentukan konsumsi dan tabungan.
- Case & Fair (2019) Menurut mereka, pendapatan disposabel adalah ukuran penting karena mencerminkan daya beli masyarakat dalam suatu perekonomian. Ini memengaruhi tingkat permintaan agregat.

Pendapatan Disposabel adalah bagian dari pendapatan yang tersedia bagi individu atau rumah tangga untuk digunakan dalam konsumsi dan tabungan, setelah dikurangi pajak langsung. Ini mencerminkan daya beli masyarakat dan memainkan peran penting dalam menentukan permintaan agregat dalam ekonomi.

Rumus Pendapatan Disposabel (Sederhana):

$$Y_d = Y - T$$

di mana:

- Y_d : Pendapatan Disposabel
- Y : Pendapatan Nasional atau Pendapatan Pribadi
- T : Pajak Langsung

Hubungan Pendapatan Disposabel dengan Konsumsi dan Tabungan:

$$Y_d = C + S$$

di mana:

- C : Konsumsi
- S : Tabungan

Fungsi Utama Pendapatan Disposabel:

- Menentukan pola konsumsi masyarakat.
- Menjadi indikator daya beli masyarakat.
- Berpengaruh terhadap investasi dan pertumbuhan ekonomi.

BAB III
FUNGSI NON LINIER

Fungsi Kuadrat

Menurut Purcell (2019) mendefinisikan fungsi kuadrat sebagai persamaan polinomial tingkat dua yang grafiknya

berbentuk parabola. Fungsi kuadrat memiliki sifat simetri yang penting, dengan sumbu simetri berada di garis vertikal melalui titik puncaknya. Stewart (2019) menyebut fungsi kuadrat sebagai salah satu bentuk polinomial paling sederhana yang digunakan untuk menjelaskan hubungan kuadratik. Ia mencatat bahwa fungsi kuadrat memiliki banyak aplikasi, seperti perhitungan gerak benda dalam gravitasi (tanpa hambatan udara). Zill dan Wright (2019) mendeskripsikan fungsi kuadrat sebagai dasar dari studi kalkulus dan diferensial. Mereka menyoroti bahwa fungsi kuadrat sering digunakan untuk analisis optimasi karena sifatnya yang memiliki titik maksimum atau minimum. Haeussler et al. (2019) Dalam *Introductory Mathematical Analysis for Business, Economics, and the Life and Social Sciences*, fungsi kuadrat digunakan untuk memodelkan banyak fenomena ekonomi, seperti biaya total (TC), pendapatan total (TR), atau analisis keuntungan maksimum.

Fungsi Kuadrat adalah fungsi matematika yang dinyatakan dalam bentuk umum:

$$f(x)=ax^2+bx+c$$

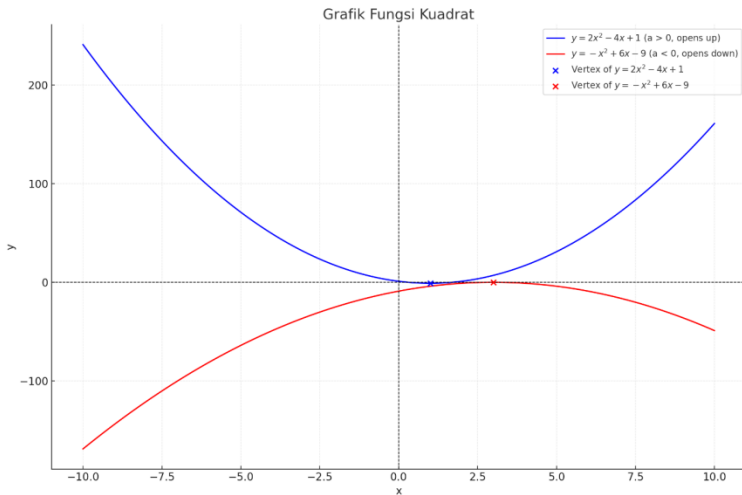
dengan a , b , dan c sebagai konstanta, serta $a \neq 0$. Fungsi ini sering digunakan dalam berbagai bidang seperti fisika, ekonomi, dan teknik untuk memodelkan hubungan non-linear.

1. Sifat-Sifat Fungsi Kuadrat

a. Grafik:

- Grafik fungsi kuadrat berbentuk parabola.
- Parabola membuka ke atas jika $a > 0$ ($a > 0$) (titik minimum).

- Parabola membuka ke bawah jika $a < 0$ ($0a < 0a < 0$ (titik maksimum)).



Gambar. Fungsi Kuadrat

Grafik di atas menunjukkan dua contoh fungsi kuadrat:

- Fungsi $y=2x^2-4x+1$ (parabola biru):
 - $a>0$, sehingga parabola membuka ke atas dengan titik minimum di $x=1, y=-1$.
 - Fungsi $y=-x^2+6x-9$ (parabola merah):
 - $a<0$, sehingga parabola membuka ke bawah dengan titik maksimum di $x=3, y=0$.
2. Titik Puncak (Vertex):
- Titik tertinggi (jika $a<0$) atau terendah (jika $a>0$).
 - Koordinat titik puncak:

$$x = -\frac{b}{2a}, \quad y = f\left(-\frac{b}{2a}\right)$$

3. Sumbu Simetri:

Parabola simetris terhadap garis vertikal yang melalui titik puncak, dengan persamaan:

$$x = -\frac{b}{2a}$$

4. Akar atau Nol Fungsi (Roots):

Nilai x saat $f(x)=0$, dihitung menggunakan rumus kuadrat:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

di mana:

- Diskriminan ($\Delta=b^2-4ac$) menentukan jumlah akar:
 - $\Delta>0$: Dua akar nyata berbeda.
 - $\Delta=0$: Satu akar nyata kembar.
 - $\Delta<0$: Tidak ada akar nyata (akar imajiner).

5. Potongan dengan Sumbu Y:

- Fungsi memotong sumbu yyy di titik:
(0,c)

Contoh Fungsi Kuadrat

a. Fungsi Kuadrat Positif:

$$f(x) = 2x^2 - 4x + 1$$

- Parabola membuka ke atas ($a = 2 > 0$).
- Titik puncak di $x = -\frac{-4}{2 \cdot 2} = 1$.
- Diskriminan: $\Delta = (-4)^2 - 4(2)(1) = 8$ (dua akar nyata berbeda).

b. Fungsi Kuadrat Negatif:

$$f(x) = -x^2 + 6x - 9$$

- Parabola membuka ke bawah ($a = -1 < 0$).
- Titik puncak di $x = -\frac{6}{2(-1)} = 3$.
- Diskriminan: $\Delta = 6^2 - 4(-1)(-9) = 0$ (satu kembar)

Fungsi Eksponen

Menurut Stewart (2019) menyatakan bahwa fungsi eksponen adalah fungsi matematika yang menunjukkan perubahan eksponensial, seperti pertumbuhan populasi, peluruhan radioaktif, dan akumulasi bunga majemuk. Menurut Mankiw (2019) menekankan bahwa fungsi eksponen sangat penting dalam ekonomi untuk memodelkan pertumbuhan jangka panjang, seperti pertumbuhan ekonomi atau investasi dengan bunga majemuk.

Fungsi Eksponen adalah fungsi matematika di mana variabel independen berada dalam bentuk eksponen. Bentuk umum fungsi eksponen adalah:

$$f(x) = a \cdot b^x + c$$

atau, untuk kasus dengan basis bilangan Euler ($e \approx 2.718$):

$$f(x) = a \cdot e^{kx}$$

di mana:

- a: Konstanta pengali, menunjukkan skala awal.
- b: Basis eksponen ($b > 0$, $b \neq 1$).
- c: Nilai pergeseran vertikal (asimtot horizontal).
- k: Laju pertumbuhan atau peluruhan (positif untuk pertumbuhan, negatif untuk peluruhan).

Rumus Umum

1. Bentuk Diskrit:

$$f(x) = a \cdot b^x + c$$

Fungsi Logaritma

John Napier, yang pertama kali mengembangkan konsep logaritma pada abad ke-17, mendefinisikan logaritma sebagai cara untuk mengubah operasi perkalian menjadi penjumlahan, yang memungkinkan perhitungan lebih cepat dalam astronomi dan matematika. Meskipun teori logaritma sudah lebih dari 400 tahun, konsep dasar ini tetap relevan pada tahun 2017. Napier melihat logaritma sebagai alat untuk menyederhanakan perhitungan matematis yang melibatkan perkalian besar dengan mengubahnya menjadi penjumlahan, yang lebih mudah dihitung. Henry Briggs, yang berkolaborasi dengan Napier, mengembangkan logaritma dengan basis 10 (logaritma desimal). Pada tahun 2017, logaritma basis 10 tetap digunakan dalam banyak aplikasi praktis, termasuk dalam komputasi dan analisis data. Logaritma dengan basis 10 sering digunakan dalam analisis data, perhitungan ilmiah, dan teori bilangan. Fungsi logaritma dianggap sebagai alat untuk mengukur seberapa banyak suatu nilai berubah

dalam skala yang lebih mudah dimengerti, seperti dalam konteks skala Richter untuk pengukuran gempa bumi atau skala pH untuk keasaman.

Euler memperkenalkan logaritma natural (basis e), yang digunakan dalam berbagai bidang matematika, terutama dalam kalkulus. Pada tahun 2017, logaritma natural $\ln(x)$ tetap menjadi dasar dari banyak teori dan aplikasi matematis, seperti dalam teori peluang, teori informasi, dan model eksponensial. Euler melihat logaritma sebagai fungsi yang erat kaitannya dengan pertumbuhan dan peluruhan eksponensial. Fungsi logaritma natural menjadi alat yang sangat penting dalam analisis variabel kontinu dan perhitungan yang melibatkan laju perubahan. Dalam konteks pendidikan matematika dan aplikasinya, buku teks dari ahli matematika seperti James Sullivan dan Gilbert Strang pada tahun 2017 menganggap fungsi logaritma sebagai kebalikan dari fungsi eksponensial, yang memungkinkan untuk memecahkan masalah yang melibatkan pertumbuhan atau peluruhan eksponensial. Mereka menyarankan agar logaritma digunakan untuk memecahkan persamaan yang melibatkan eksponensial, serta dalam analisis algoritma dan pemrograman komputer, di mana logaritma sering muncul untuk menghitung waktu atau jumlah operasi dalam algoritma kompleks.

Pengertian fungsi logaritma masih tetap konsisten dengan pengertian dasarnya sebagai alat untuk mengubah operasi perkalian menjadi penjumlahan, tetapi dengan aplikasi yang semakin meluas dalam berbagai bidang seperti ilmu komputer, kriptografi, analisis data, ekonomi, dan lain-lain. Logaritma dianggap sebagai fungsi yang

sangat penting untuk mengubah perhitungan kompleks menjadi bentuk yang lebih sederhana dan mudah dikelola.

Umumnya, fungsi logaritma ditulis sebagai:

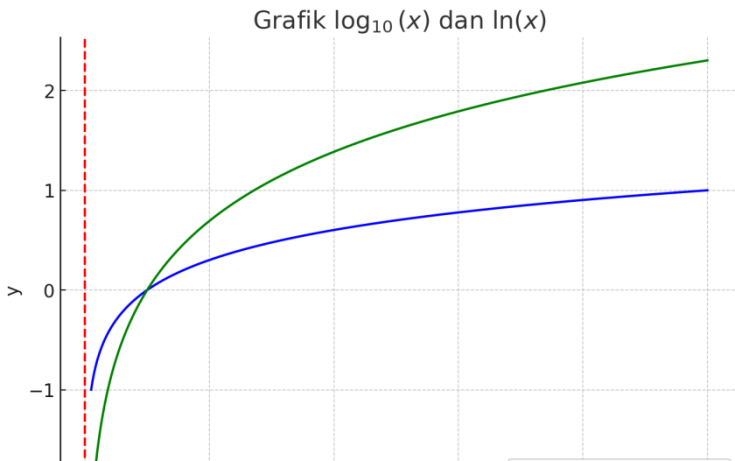
$$f(x) = \log_b(x)$$

di mana b adalah basis logaritma dan x adalah argumen logaritma.

- Basis 10 disebut logaritma desimal atau logaritma biasa, ditulis sebagai $\log(x)$.
- Basis e (dengan $e \approx 2.718$) disebut logaritma natural, ditulis sebagai $\ln(x)$.

Grafik Fungsi Logaritma:

- Fungsi Logaritma dengan Basis $b > 1$ (contoh $\log_2(x)$, $\log_{10}(x)$):
 - Grafik akan meningkat, tetapi lebih lambat dibandingkan dengan fungsi eksponensial.
 - Grafik akan terdefinisi untuk $x > 0$ dan memiliki asimtot vertikal di $x = 0$ (mendekati namun tidak pernah mencapai nilai tersebut).
- Fungsi Logaritma dengan Basis $0 < b < 1$:
 - Grafik akan menurun.
 - Fungsi tetap terdefinisi untuk $x > 0$ dengan asimtot vertikal di $x = 0$.



Gambar. Fungsi Logaritma

Berikut adalah grafik fungsi logaritma, menunjukkan $\log_{10}(x)$ (biru) dan $\ln(x)$ (hijau). Kedua fungsi memiliki asimtot vertikal di $x=0$ (garis merah putus-putus) dan meningkat dengan sifat masing-masing.

BAB IV

APLIKASI FUNGSI NON LINIER DI BIDANG EKONOMI

Fungsi Permintaan

Fungsi permintaan adalah hubungan matematis yang menggambarkan jumlah barang atau jasa yang ingin dibeli konsumen pada berbagai tingkat harga dalam suatu periode tertentu. Dalam bidang ekonomi, fungsi non-linier sering digunakan untuk menggambarkan hubungan yang kompleks antara variabel-variabel ekonomi. Salah satu penerapan utama adalah dalam fungsi permintaan. Berbeda dengan fungsi linear, fungsi non-linier mencerminkan hubungan yang tidak selalu proporsional, seperti elastisitas yang bervariasi pada tingkat harga yang berbeda.

Fungsi permintaan non-linier menggambarkan hubungan antara harga suatu barang (P) dan jumlah barang yang diminta (Q_d) dengan pola yang tidak berbentuk garis lurus. Fungsi ini digunakan untuk merepresentasikan realitas pasar yang lebih kompleks.

Bentuk Umum Fungsi Permintaan Non-Linier

1. Eksponensial:

$$Q_d = k \cdot e^{-aP}$$

Di mana:

- Q_d : Kuantitas barang yang diminta
- k : Konstanta skala (maksimum permintaan)
- a : Tingkat sensitivitas terhadap harga
- P : Harga barang

Fungsi ini menunjukkan bahwa permintaan menurun secara eksponensial saat harga meningkat.

2. Logaritmik:

$$Q_d = a + b \ln(P)$$

Di mana:

- b : Koefisien elastisitas logaritmik Fungsi ini digunakan untuk menggambarkan perubahan permintaan yang relatif lambat meskipun harga mengalami perubahan.
3. Kuadratik (Polinomial Tingkat Dua):

$$Q_d = a - bP + cP^2$$

Di mana:

- a, b, c : Konstanta Pola ini menunjukkan bahwa hubungan antara P dan Q_d dapat berbalik pada titik tertentu (non-monoton).
4. Fungsi Cobb-Douglas:

$$Q_d = aP^{-b}$$

Di mana:

- b : Elastisitas permintaan terhadap harga Fungsi ini sering digunakan dalam analisis elastisitas permintaan.

Contoh Penerapan

Kasus Eksponensial:

Misalkan, fungsi permintaan suatu barang:

$$Q_d = 100 \cdot e^{-0.5P}$$

Jika harga barang $P=2$, maka:

$$Q_d = 100 \cdot e^{-0.5(2)} = 100 \cdot e^{-1} \approx 36.79$$

Artinya, pada harga $P=2$, permintaan sebanyak 36,79 unit.

Kasus Cobb-Douglas:

Misalkan fungsi permintaan:

$$Q_d = 50P^{-1.5}$$

Jika $P=4$, maka:

$$Q_d = 50 \cdot 4^{-1.5} = 50 \cdot \frac{1}{8} = 6.25$$

Fungsi Penawaran

Fungsi Penawaran adalah persamaan atau hubungan matematis yang menggambarkan jumlah barang atau jasa yang bersedia dan mampu ditawarkan oleh produsen pada berbagai tingkat harga tertentu, dalam periode waktu tertentu, dengan asumsi faktor-faktor lain tetap (ceteris paribus). Fungsi ini menunjukkan bagaimana jumlah barang yang ditawarkan (penawaran) akan berubah sesuai dengan perubahan harga.

Dalam ekonomi, fungsi penawaran mencerminkan perilaku produsen, di mana kenaikan harga cenderung mendorong produsen untuk meningkatkan jumlah barang yang ditawarkan, karena harga yang lebih tinggi memungkinkan keuntungan yang lebih besar. Fungsi Penawaran adalah hubungan matematis yang menunjukkan jumlah barang atau jasa yang ingin dan mampu ditawarkan oleh produsen pada berbagai tingkat harga tertentu, dalam periode waktu tertentu, dengan asumsi faktor-faktor lain tetap (*ceteris paribus*).

Secara umum, fungsi penawaran dirumuskan sebagai:

$$Q_s=f(P)$$

Di mana:

- Q_s : Jumlah barang yang ditawarkan
- P : Harga barang tersebut
- f : Fungsi hubungan antara Q_s dan P

Karakteristik Fungsi Penawaran

1. Hubungan Positif antara Harga dan Kuantitas

Ketika harga naik, produsen cenderung meningkatkan jumlah barang yang ditawarkan karena potensi keuntungan yang lebih besar. Sebaliknya, jika harga turun, produsen mengurangi jumlah barang yang ditawarkan.

2. *Ceteris Paribus*

Fungsi ini berlaku dengan asumsi faktor-faktor lain seperti biaya produksi, teknologi, dan jumlah produsen tetap konstan.

3. Bentuk Umum Fungsi Penawaran Linier

Fungsi penawaran sederhana dapat ditulis dalam bentuk linier:

$$Q_s = a + bP$$

Di mana:

- a: Konstanta (jumlah barang yang ditawarkan ketika harga nol)
- b: Koefisien elastisitas penawaran terhadap harga (kemiringan fungsi penawaran)

Faktor yang Mempengaruhi Penawaran

Selain harga, ada beberapa faktor lain yang memengaruhi penawaran:

1. Biaya Produksi: Jika biaya produksi meningkat, penawaran cenderung menurun.
2. Teknologi: Kemajuan teknologi dapat meningkatkan efisiensi produksi sehingga penawaran meningkat.
3. Jumlah Produsen: Semakin banyak produsen di pasar, semakin besar penawaran.
4. Harapan terhadap Harga Masa Depan: Jika produsen memperkirakan harga akan naik, mereka mungkin menahan penawaran saat ini.
5. Kebijakan Pemerintah: Subsidi dapat meningkatkan penawaran, sedangkan pajak dapat menguranginya.

Contoh Fungsi Penawaran

Jika $Q_s = -50 + 10P$:

- Ketika $P=10$, $Q_s = -50 + (10 \times 10) = 50$ unit.
- Ketika $P=5$, $Q_s = -50 + (10 \times 5) = 0$ unit.

Ini menunjukkan bahwa semakin tinggi harga, semakin besar jumlah barang yang ditawarkan.

Dengan memahami fungsi penawaran, kita dapat menganalisis bagaimana produsen merespons perubahan harga atau faktor lain yang memengaruhi pasar.

Keseimbangan Pasar

Keseimbangan Pasar adalah kondisi di mana jumlah barang atau jasa yang diminta oleh konsumen sama dengan jumlah barang atau jasa yang ditawarkan oleh produsen pada tingkat harga tertentu. Dalam keadaan ini, tidak ada tekanan untuk perubahan harga karena kekuatan permintaan dan penawaran berada dalam keadaan seimbang.

Ciri-Ciri Keseimbangan Pasar

1. Harga Keseimbangan (Equilibrium Price)
Harga di mana jumlah barang yang diminta (Q_d) sama dengan jumlah barang yang ditawarkan (Q_s).
2. Kuantitas Keseimbangan (Equilibrium Quantity)
Jumlah barang atau jasa yang dipertukarkan pada harga keseimbangan.
3. Tidak Ada Surplus atau Kekurangan
 - Surplus terjadi ketika penawaran lebih besar daripada permintaan.
 - Kekurangan terjadi ketika permintaan lebih besar daripada penawaran.

Proses Terbentuknya Keseimbangan Pasar

Keseimbangan pasar terjadi melalui interaksi antara kekuatan permintaan dan penawaran:

- Jika harga terlalu tinggi, terjadi surplus karena produsen menawarkan lebih banyak barang daripada yang diminta konsumen. Akibatnya, harga cenderung turun.
- Jika harga terlalu rendah, terjadi kekurangan karena konsumen meminta lebih banyak barang daripada yang bisa ditawarkan produsen. Akibatnya, harga cenderung naik.
- Proses ini terus berlangsung sampai tercapai titik keseimbangan.

Ilustrasi Keseimbangan Pasar (Matematis)

Jika fungsi permintaan (Q_d) dan fungsi penawaran (Q_s) diketahui:

- Fungsi Permintaan: $Q_d = a - bP$
 - Fungsi Penawaran: $Q_s = c + dP$
- Keseimbangan pasar terjadi saat $Q_d = Q_s$:
- $$a - bP = c + dP$$

Dengan menyelesaikan persamaan ini, kita mendapatkan harga keseimbangan (P_e). Substitusi P_e ke salah satu fungsi memberikan kuantitas keseimbangan (Q_e).

Contoh

- Fungsi Permintaan: $Q_d = 100 - 5P$
- Fungsi Penawaran: $Q_s = 20 + 3P$

Cari keseimbangan:

$$100 - 5P = 20 + 3P$$

$$80 = 8P \Rightarrow P_e = 10$$

Substitusi $P_e = 10$ ke Q_d atau Q_s :

Maka, harga keseimbangan adalah 10, dan kuantitas keseimbangan adalah 50 unit.

Pergeseran Keseimbangan Pasar

Keseimbangan pasar dapat berubah akibat:

1. Perubahan Permintaan: Misalnya, peningkatan pendapatan konsumen dapat meningkatkan permintaan sehingga harga keseimbangan naik.
2. Perubahan Penawaran: Misalnya, teknologi baru yang menurunkan biaya produksi dapat meningkatkan penawaran sehingga harga keseimbangan turun.

Pentingnya Keseimbangan Pasar

Keseimbangan pasar penting karena memastikan:

1. Tidak ada barang yang tidak terjual (efisiensi produksi).
2. Konsumen mendapatkan barang sesuai dengan jumlah yang mereka inginkan pada harga tertentu.
3. Stabilitas harga dalam pasar.

Fungsi Penerimaan, Biaya, dan Profit

Fungsi Penerimaan (Revenue Function)

Fungsi penerimaan menggambarkan total pendapatan yang diperoleh perusahaan dari penjualan barang atau jasa. Secara matematis, fungsi penerimaan dinyatakan sebagai:

$$TR=P \times Q$$

Di mana:

- TR: Total Revenue (Penerimaan Total)
- P: Harga per unit barang atau jasa
- Q: Jumlah barang atau jasa yang terjual

Jenis Penerimaan

1. Penerimaan Total (Total Revenue, TR):

Pendapatan total dari semua unit yang terjual.

2. Penerimaan Rata-rata (Average Revenue, AR):

Pendapatan rata-rata per unit barang yang dijual:

$$AR = \frac{TR}{Q}$$

Biasanya sama dengan harga dalam pasar persaingan sempurna ($AR=P$).

3. Penerimaan Marginal (Marginal Revenue, MR):

Tambahan penerimaan dari menjual satu unit tambahan barang:

$$MR = \frac{\Delta TR}{\Delta Q}$$

Contoh

Jika perusahaan menjual produk dengan harga $P=50$ dan menjual $Q=10$ unit:

$$TR=50 \times 10=500$$

Jika penjualan meningkat menjadi 11 unit, dan $TR=540$, maka MR untuk unit ke-11 adalah:

$$MR=540-500=40$$

Fungsi Biaya (Cost Function)

Fungsi biaya menggambarkan total pengeluaran yang dikeluarkan oleh perusahaan untuk memproduksi barang atau jasa. Secara umum, fungsi biaya ditulis sebagai:

$$TC=FC+VC$$

Di mana:

- TC: Total Cost (Biaya Total)
- FC: Fixed Cost (Biaya Tetap)
- VC: Variable Cost (Biaya Variabel)

Komponen Biaya

1. Biaya Tetap (Fixed Cost, FC):

Biaya yang tidak berubah terlepas dari jumlah produksi, seperti sewa atau gaji karyawan tetap.

2. Biaya Variabel (Variable Cost, VC):

Biaya yang berubah sesuai dengan jumlah barang yang diproduksi, seperti bahan baku dan upah tenaga kerja variabel.

3. Biaya Total (Total Cost, TC):

Total biaya produksi, yaitu jumlah biaya tetap dan biaya variabel.

4. Biaya Rata-rata (Average Cost, AC):

Biaya per unit barang yang diproduksi:

$$AC = \frac{TC}{Q}$$

5. Biaya Marginal (Marginal Cost, MC):

Tambahan biaya untuk memproduksi satu unit barang tambahan:

$$MC = \frac{\Delta TC}{\Delta Q}$$

Contoh

Jika $FC=100$ dan biaya variabel untuk memproduksi $Q=10$ unit adalah $VC=200$:

$$TC=100+200=300$$

Biaya rata-rata:

$$AC = \frac{300}{10} = 30$$

Jika biaya untuk memproduksi unit ke-11 adalah 20, maka biaya marginal:

$$MC=20$$

Fungsi Profit (Profit Function)

Profit adalah selisih antara penerimaan total dan biaya total. Secara matematis, fungsi profit dirumuskan sebagai:

$$\pi=TR-TC$$

Di mana:

- π : Profit (Laba)
- TR: Total Revenue (Penerimaan Total)
- TC: Total Cost (Biaya Total)

Jenis Profit

1. Profit Total:

Laba bersih dari operasi bisnis setelah semua biaya dikurangi dari penerimaan total.

2. Profit Marginal:

Tambahan profit dari penjualan satu unit tambahan barang atau jasa:

MR-MC

Di mana:

- MR: Marginal Revenue
 - MC: Marginal Cost
3. Profit Maksimum:

Terjadi ketika $MR=MC$. Pada titik ini, perusahaan tidak dapat meningkatkan laba dengan menambah produksi.

Contoh:

Jika $TR=500$ dan $TC=300$:

$$\pi=500-300=200$$

Hubungan Ketiga Fungsi:

1. Revenue vs Cost: Penerimaan harus lebih besar dari biaya agar perusahaan memperoleh laba ($TR>TC$).
2. Profit Maximization: Perusahaan memaksimalkan laba ketika penerimaan marginal sama dengan biaya marginal ($MR=MC$).
3. Break-even Point: Titik di mana $TR=TC$, yaitu perusahaan tidak memperoleh laba atau rugi ($\pi=0$).

Fungsi penerimaan, biaya, dan profit saling berkaitan dalam analisis keputusan produksi dan strategi harga perusahaan. Dengan memahami hubungan ini, perusahaan dapat menentukan tingkat produksi optimal, mengelola pengeluaran, dan memaksimalkan laba.

Fungsi Bunga Majemuk

Bunga majemuk adalah konsep keuangan di mana bunga yang diperoleh pada suatu investasi atau pinjaman tidak hanya dihitung dari modal awal (pokok), tetapi juga

dari bunga yang telah terakumulasi sebelumnya. Dengan kata lain, bunga yang dihasilkan dalam suatu periode akan menjadi bagian dari pokok pada periode berikutnya.

Rumus Bunga Majemuk

Rumus dasar untuk menghitung bunga majemuk adalah:

$$A = P \times (1 + r)^n$$

Di mana:

- A: Nilai akhir (future value) setelah nnn periode.
- P: Modal awal (present value).
- r: Suku bunga per periode (dalam desimal, misalnya 5% = 0,05).
- n: Jumlah periode waktu (tahun, bulan, dll.).

Penjelasan Komponen

1. Modal Awal (P):

Uang yang diinvestasikan atau dipinjamkan pada awal periode.

2. Suku Bunga (r):

Tingkat bunga per periode. Dalam bunga majemuk, suku bunga dihitung ulang untuk setiap periode.

3. Jumlah Periode (n):

Jumlah waktu atau periode di mana bunga diterapkan.

4. Nilai Akhir (A):

Jumlah total uang, termasuk modal awal dan bunga yang telah terakumulasi.

Contoh Perhitungan

Misalkan Anda menabung Rp10.000.000 di bank dengan bunga 5% per tahun selama 3 tahun. Nilai akhir setelah 3 tahun adalah:

$$A = 10.000.000 \times (1 + 0,05)^3$$

$$A = 10.000.000 \times (1,157625)$$

$$A = 11.576.250$$

Jadi, nilai total tabungan setelah 3 tahun adalah Rp11.576.250.

Variasi Fungsi Bunga Majemuk

1. Bunga Majemuk dengan Frekuensi Lebih Tinggi

Jika bunga dihitung lebih sering dari sekali setahun (misalnya, bulanan atau harian), rumusnya menjadi:

$$A = P \times \left(1 + \frac{r}{m}\right)^{m \times n}$$

Di mana:

- mmm: Frekuensi penghitungan bunga dalam satu tahun (misalnya, m=12 untuk bunga bulanan).

Contoh:

Rp10.000.000 disimpan dengan bunga 6% per tahun yang dihitung setiap bulan selama 2 tahun.

$$A = 10.000.000 \times \left(1 + \frac{0,06}{12}\right)^{12 \times 2}$$

$$A = 10.000.000 \times (1 + 0,005)^{24}$$

$$A = 10.000.000 \times (1,12749)$$

$$A = 11.274.900$$

2. Bunga Majemuk dengan Pertumbuhan Kontinu

Jika bunga diterapkan secara terus-menerus (continuously compounded interest), rumusnya menjadi:

$$A = P \times e^{r \times n}$$

Di mana e adalah konstanta matematika (sekitar 2,718).

Contoh:

Rp10.000.000 diinvestasikan dengan bunga 5% per tahun selama 3 tahun dengan penghitungan kontinu:

$$A = 10.000.000 \times e^{0,05 \times 3}$$

$$A = 10.000.000 \times e^{0,15}$$

$$A = 10.000.000 \times 1,161834$$

$$A = 11.618.340$$

Penggunaan Bunga Majemuk

1. Investasi dan Tabungan:

Menghitung pertumbuhan tabungan atau investasi dalam jangka waktu tertentu.

2. Pinjaman:

Digunakan dalam perhitungan bunga pada pinjaman seperti kartu kredit atau hipotek.

3. Keuangan Bisnis:

Mengukur nilai waktu uang (time value of money) dalam analisis investasi.

4. Anuitas:

Menghitung pembayaran berkala dalam investasi atau pinjaman.

Keuntungan Bunga Majemuk

- Bunga majemuk memungkinkan investasi tumbuh lebih cepat dibandingkan bunga tunggal karena akumulasi bunga di atas bunga.
- Semakin sering bunga dihitung, semakin besar nilai akhir.

Fungsi bunga majemuk adalah alat yang penting dalam keuangan untuk menghitung pertumbuhan uang dari waktu ke waktu. Dengan memahami rumus dan konsepnya, Anda dapat membuat keputusan investasi yang lebih baik dan memahami cara kerja pinjaman atau tabungan secara lebih mendalam.

Pertumbuhan Penduduk

Pertumbuhan penduduk adalah perubahan jumlah populasi dalam suatu wilayah selama periode waktu tertentu, yang dihitung berdasarkan perbedaan antara angka kelahiran, angka kematian, serta migrasi (masuk dan keluar). Pertumbuhan penduduk mencerminkan dinamika demografi yang terjadi akibat faktor biologis, sosial, dan ekonomi.

Faktor-Faktor yang Mempengaruhi Pertumbuhan Penduduk

1. Angka Kelahiran (Natalitas):
 - Jumlah bayi yang lahir hidup dalam suatu wilayah dan periode tertentu.

- Semakin tinggi angka kelahiran, semakin besar pertumbuhan penduduk.
- 2. Angka Kematian (Mortalitas):
 - Jumlah orang yang meninggal dalam suatu wilayah dan periode tertentu.
 - Semakin rendah angka kematian, semakin tinggi potensi pertumbuhan penduduk.
- 3. Migrasi:
 - Migrasi masuk (imigrasi): Perpindahan penduduk dari wilayah lain ke wilayah tertentu.
 - Migrasi keluar (emigrasi): Perpindahan penduduk dari suatu wilayah ke wilayah lain.
- 4. Faktor Sosial dan Ekonomi:
 - Tingkat pendidikan, layanan kesehatan, pekerjaan, serta stabilitas ekonomi dan politik memengaruhi angka kelahiran, kematian, dan migrasi.

Jenis Pertumbuhan Penduduk

1. Pertumbuhan Penduduk Alami (Natural Growth):
 Hasil dari selisih antara angka kelahiran dan angka kematian. Rumusnya:

$$\text{Pertumbuhan Alami} = \text{Kelahiran} - \text{Kematian}$$
2. Pertumbuhan Penduduk Total (Total Growth):
 Menggabungkan faktor kelahiran, kematian, dan migrasi. Rumusnya:

$$\text{Pertumbuhan Total} = (\text{Kelahiran} - \text{Kematian}) + (\text{Imigrasi} - \text{Emigrasi})$$
3. Pertumbuhan Penduduk Eksponensial:

Pertumbuhan yang terjadi ketika populasi bertambah dengan laju yang tetap (persentase) dari waktu ke waktu, dihitung menggunakan rumus:

$$P(t) = P_0 \times e^{r \cdot t}$$

Di mana:

- $P(t)$: Populasi setelah waktu t
- P_0 : Populasi awal
- r : Laju pertumbuhan (dalam desimal, misalnya 2% = 0,02)
- t : Waktu

Contoh Perhitungan Pertumbuhan Penduduk

1. Pertumbuhan Alami:

Jika dalam satu tahun suatu wilayah memiliki 1.000 kelahiran dan 200 kematian:
Pertumbuhan Alami = $1.000 - 200 = 800$

Maka, jumlah penduduk bertambah sebanyak 800 orang dari faktor alami.

2. Pertumbuhan Total:

Misalkan terdapat imigrasi sebanyak 300 orang dan emigrasi 100 orang:
Pertumbuhan Total = $(1.000 - 200) + (300 - 100) = 800 + 200 = 1.000$

Total penduduk bertambah 1.000 orang.

3. Pertumbuhan Eksponensial:

Jika populasi awal 10.000, laju pertumbuhan 2% per tahun, dan waktu 5 tahun:

$$P(t) = 10.000 \times e^{0,02 \cdot 5}$$

$$P(t) = 10.000 \times e^{0,1} \approx 10.000 \times 1,105$$

$$P(t) \approx 11.050$$

Setelah 5 tahun, populasi menjadi sekitar 11.050 orang.

Dampak Pertumbuhan Penduduk

Dampak Positif:

1. Tenaga Kerja:

Pertumbuhan penduduk meningkatkan jumlah tenaga kerja yang dapat mempercepat pembangunan ekonomi.

2. Pasar yang Lebih Besar:

Jumlah penduduk yang besar menciptakan pasar potensial untuk produk dan jasa.

Dampak Negatif:

1. Tekanan pada Sumber Daya:

Pertumbuhan penduduk yang cepat dapat menyebabkan kelangkaan sumber daya alam seperti air, tanah, dan energi.

2. Kemacetan Infrastruktur:

Wilayah dengan pertumbuhan penduduk tinggi sering menghadapi masalah perumahan, transportasi, dan kesehatan.

3. Pengangguran:

Jika pertumbuhan penduduk tidak seimbang dengan penciptaan lapangan kerja, tingkat pengangguran akan meningkat.

Strategi Mengelola Pertumbuhan Penduduk

1. Kebijakan Keluarga Berencana:
 - Menekan angka kelahiran melalui edukasi dan penyediaan alat kontrasepsi.
2. Peningkatan Pendidikan dan Kesehatan:
 - Pendidikan yang baik mengurangi angka kelahiran, sementara kesehatan yang baik menekan angka kematian.
3. Migrasi Terkendali:
 - Mengatur arus migrasi untuk menghindari kepadatan di wilayah tertentu.
4. Diversifikasi Ekonomi:
 - Meningkatkan lapangan kerja agar pertumbuhan penduduk sejalan dengan pertumbuhan ekonomi.

Pertumbuhan penduduk adalah indikator penting dalam memahami dinamika sosial, ekonomi, dan lingkungan. Pengelolaan pertumbuhan penduduk yang bijaksana sangat penting untuk memastikan keseimbangan antara populasi, sumber daya, dan pembangunan yang berkelanjutan.

BAB V
DIFERENSIAL

Pengertian Diferensial

Menurut Sugiyono (2019) Diferensial adalah suatu pendekatan matematis untuk memahami perubahan kecil pada variabel independen dan dampaknya terhadap variabel dependen dalam suatu fungsi. Diferensial digunakan untuk memodelkan hubungan antara perubahan

input dan output. Menurut Suharto (2019) Diferensial merupakan konsep matematika yang menjelaskan perubahan kecil suatu fungsi, di mana perubahan tersebut dihitung berdasarkan turunan fungsi pada titik tertentu. Diferensial berperan penting dalam analisis linier terhadap grafik fungsi. Menurut Creswell (2019) Dalam pandangan kalkulus modern, diferensial adalah elemen dasar untuk menghitung perubahan kecil dalam fungsi kontinyu. Konsep ini digunakan untuk mendekati perubahan fungsi dalam skala infinitesimal, khususnya untuk memecahkan masalah laju perubahan. Diferensial adalah pendekatan matematis yang digunakan untuk memahami perubahan variabel dependen yang diakibatkan oleh perubahan infinitesimal pada variabel independen. Ini berfungsi sebagai dasar analisis perubahan dalam berbagai disiplin ilmu. Diferensial mengacu pada hubungan matematis antara perubahan kecil pada variabel bebas (dx) dan variabel terikat (dy), dengan turunan ($f'(x)$) sebagai penghubung. Konsep ini menjadi dasar dalam perhitungan dan analisis fungsi non-linear. Diferensial tetap menjadi konsep penting dalam berbagai bidang, termasuk fisika, ekonomi, dan teknik, karena kemampuannya menjelaskan perubahan skala kecil yang presisi.

Turunan Fungsi Aljabar

Turunan dalam kalkulus adalah konsep yang digunakan untuk menentukan laju perubahan suatu fungsi. Dalam konteks fungsi aljabar, turunan membantu kita memahami bagaimana suatu fungsi berubah terhadap variabel independennya. Fungsi aljabar adalah fungsi yang

terdiri dari kombinasi operasi aljabar dasar seperti penjumlahan, pengurangan, perkalian, pembagian, dan eksponen dengan bilangan bulat.

Turunan adalah pengukuran terhadap bagaimana fungsi berubah seiring perubahan nilai yang dimasukkan, proses dalam menemukan turunan disebut diferensiasi. Secara umum, turunan menunjukkan bagaimana suatu besaran berubah akibat perubahan besaran lainnya, begitu pula dengan turunan fungsi aljabar. Definisi turunan fungsi aljabar adalah fungsi yang menurunkan pangkat dari fungsi sebelumnya sesuai aturan yang sudah ditetapkan. Jika berdasarkan grafik fungsi, turunan fungsi aljabar adalah gradien garis singgung terhadap grafik di titik tertentu.

Biasanya, turunan aljabar tidak hanya bisa menurunkan dalam satu tingkat saja, tetapi bisa menurunkan dua, tiga, empat tingkat dan seterusnya. Turunan pertama fungsi y terhadap x pada fungsi $y = f(x)$ dinotasikan sebagai $y', f'(x), dy/dx$ atau $d\{f(x)}/dx$.

Sifat-sifat Turunan Fungsi Aljabar

Dikutip dari buku Kalkulus Diferensial dan Integrasi (Teori dan Aplikasi), terdapat sifat-sifat turunan fungsi, yang dituliskan sebagai berikut.

Untuk $U = g(x)$, $V = h(x)$, dan $c =$ konstanta :

Rumus Turunan Fungsi Aljabar

Rumus turunan fungsi aljabar (a dan n adalah konstanta) sebagai berikut dituliskan:

Rumus Turunan Fungsi Aljabar. Sumber: Buku kalkulus Diferensial Teori & Aplikasi

Rumus di atas berlaku untuk turunan fungsi yang berpangkat, untuk menurunkan suatu fungsi berarti kita harus mencari turunan pangkat atau pangkatnya menjadi lebih kecil dari fungsi yang diberikan soal.

Untuk menurunkan pangkat X^2 diturunkan menjadi x^{n-1} berarti yang sebelumnya X^2 diturunkan $x^{2-1} = x$ (penurunan satu pangkat), jika X^3 diturunkan dua pangkat, maka $x^{3-2} = x$, begitu seterusnya dalam menurunkan pangkat.

Contoh Soal dan Pembahasan

1. Jika $f'(x) = (x - 1)(x - 2)(x + 1)$, turunan fungsi f adalah $f'(x) = \dots\dots$

Pembahasan:

$$\begin{aligned} F(x) &= (x - 1)(x - 2)(x + 1) \\ &= x^3 - 2x^2 - x + 2 \\ F'(x) &= 3x^2 - 4x - 1 \end{aligned}$$

2. Nilai dari $f'(2)$ untuk $f(x) = (5 - 3x)^{10}$ adalah.....

Pembahasan:

$$Y = a \cdot U^n \rightarrow y' = \{a \cdot n \cdot U^{n-1}\} \cdot U'$$

$$F(x) = (5 - 3x)^{10}$$

$$\begin{aligned} F'(x) &= (10)(5 - 3x)^9 \cdot (-3) \\ &= -30(5 - 3x)^9 \end{aligned}$$

$$F'(2) = -30(5 - 3x)^9$$

$$= -30(5-6)9 = 30$$

3. Turunan pertama dari fungsi $f(x) = (x-1)^2(x+1)$ adalah $f'(x) = \dots$

Pembahasan:

$$F(x) = (x-1)^2(x+1)$$

$$F'(x) = u' \cdot v + u \cdot v' = 2(x-1) \cdot (x+1) + (x-1)^2 \cdot (1)$$

$$= 2x^2 - 2 + x^2 - 2x + 1 = 3x^2 - 2x - 1$$

4. Tentukanlah turunan pertama dari $f(x) = 4x^2$

Pembahasan:

$$F(x) = 4x^2$$

$$F(x) = ax^n$$

$$\text{Sehingga } f'(x) = anx^{n-1}$$

$$= 4 \cdot 2x^{2-1}$$

$$= 8x.$$

Turunan Fungsi Logaritma

Fungsi logaritma memiliki aturan turunan spesifik yang digunakan dalam kalkulus. Berikut adalah penjelasan lengkap mengenai turunan fungsi logaritma, termasuk rumus dasar, contoh, dan aplikasi.

Rumus Dasar Turunan Fungsi Logaritma

1. Turunan Logaritma Natural (Basis e):

$$\frac{d}{dx} [\ln(x)] = \frac{1}{x}, \quad x > 0$$

2. Turunan Logaritma dengan Basis a:

$$\frac{d}{dx} [\log_a(x)] = \frac{1}{x \ln(a)}, \quad x > 0, a > 0, a \neq 1$$

Di mana a adalah basis logaritma, dan $\ln(a)$ adalah logaritma natural dari a .

3. Turunan Logaritma dari Fungsi Komposit: Jika $f(x)$ adalah fungsi yang dapat diturunkan:

$$\frac{d}{dx} [\ln(f(x))] = \frac{1}{f(x)} \cdot f'(x)$$

atau

$$\frac{d}{dx} [\log_a(f(x))] = \frac{1}{f(x) \ln(a)} \cdot f'(x)$$

Aplikasi Turunan Fungsi Logaritma

1. Analisis Perubahan Skala:

Dalam ilmu fisika, logaritma sering digunakan untuk skala logaritmik, seperti pengukuran intensitas suara (dB) dan pH dalam kimia. Turunan membantu memahami laju perubahan dalam skala ini.

2. Pertumbuhan Eksponensial dan Peluruhan:

Fungsi logaritma digunakan dalam memodelkan proses peluruhan radioaktif, pertumbuhan populasi, dan lainnya. Turunan logaritma memudahkan analisis laju perubahan proses tersebut.

3. Optimasi:

Dalam ekonomi dan teknik, logaritma sering digunakan dalam fungsi biaya atau utilitas untuk analisis optimasi.

Turunan Fungsi Eksponen

Turunan fungsi eksponensial agak sedikit berbeda dengan turunan fungsi aljabar dan turunan fungsi trigonometri. Metode dan pendekatan dalam mencari turunannya pun berbeda. Sebelum lebih jauh membahas *turunan fungsi eksponensial* lebih jauh sebaiknya dipelajari terlebih dahulu materi prasyaratnya.

Turunan fungsi eksponensial - Mengenal bilangan

e

Bilangan e adalah bilangan real positif yang nilainya, $e = 2,718281828459\dots$

Rumus-rumus bilangan e:

Rumus – rumus bilangan e

$$(1) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$$

$$(2) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^{-n} = e$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 0} (1 + x)^{\frac{1}{x}} = e$$

Setelah kita mengenal bilangan e barulah kita membahas teorema-teorema yang berkaitan dengan turunan fungsi eksponensial.

Rumus-rumus turunan fungsi eksponensial

$$(1). y = e^x \Rightarrow y' = e^x$$

$$(2). y = e^{g(x)} \Rightarrow y' = e^{g(x)} \cdot g'(x)$$

$$(3). y = a^x \Rightarrow y' = a^x \cdot \ln a ; a > 0 ; a \neq 1$$

$$(4). y = a^{g(x)} \Rightarrow y' = a^{g(x)} \cdot g'(x) \cdot \ln a ; a > 0 \text{ dan } a \neq 1$$

Rumus-rumus diatas sangat berguna sekali dalam mencari turunan fungsi eksponensial seperti soal-soal dibawah ini.

Contoh soal dan pembahasan Turunan fungsi eksponensial

Tentukan turunan dari fungsi-fungsi dibawah ini!

(1). Tentukan turunan dari :

$$y = \frac{1}{2}e^{2x-3x^2}$$

[penyelesaian]

$$y' = \frac{1}{2}e^{2x-3x^2} \cdot (2 - 6x) y' = e^{2x-3x^2} \cdot (1 - 3x)$$

(2). Tentukan turunan dari :

$$y = 12e^{\sqrt{x+1}}$$

[Penyelesaian]

Gunakan rumus 2 pada gambar 2:

$$y = 12e^{\sqrt{x+1}}$$

$$y' = e^{(gx)} \cdot g'(x)$$

$$y' = 12e^{\sqrt{x+1}} \cdot (\sqrt{x+1})'$$

$$y' = 12e^{\sqrt{x+1}} \cdot \left(\frac{1}{2\sqrt{x+1}} \right)$$

$$y' = \frac{6e^{\sqrt{x+1}}}{\sqrt{x+1}}$$

(3). Tentukan turunan dari :

$$y = 10^{x^2-8x}$$

[penyelesaian]

$$y = 10^{x^2-8x}$$

$$y' = 10^{x^2-8x} \cdot \ln 10 \cdot (x^2 - 8x)'$$

$$y' = 10^{x^2-8x} (2x - 8) \ln 10$$

(4). hasil turunan dari :

$$y = e^{2x^3} 3^{5x}$$

[penyelesaian]

Gunakan rumus turunan hasil kali :

$$y = u(x) \times v(x)$$

$$y' = u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x)$$

sehingga :

$$y = e^{2x^3} 3^{5x}$$

$$y' = (e^{2x^3})' \cdot (3^{5x}) + e^{2x^3} \cdot (3^{5x})'$$

$$y' = e^{2x^3} \cdot 6x^2 \cdot 3^{5x} + e^{2x^3} \cdot 3^{5x} \cdot \ln 3 \cdot 5$$

atau

$$y' = e^{2x^3} 3^{5x} (6x^2 + 5 \ln 3)$$

(5). Hitunglah turunan dari :

$$y = \pi^{\sin^2 x}$$

[Penyelesaian]

$$y = \pi^{\sin^2 x}$$

$$y' = a^{g(x)} \cdot \ln a \cdot g'(x)$$

$$y' = \pi^{\sin^2 x} \cdot \ln \pi \cdot (\sin^2 x)'$$

$$y' = \pi^{\sin^2 x} \cdot \ln \pi \cdot 2 \sin x \cos x$$

$$y' = \pi^{\sin^2 x} \sin 2x \ln \pi$$

Turunan Tingkat Tinggi

Turunan tingkat tinggi adalah turunan berulang dari suatu fungsi. Setelah menghitung turunan pertama dari suatu fungsi, kita dapat menghitung turunannya lagi untuk mendapatkan informasi lebih lanjut tentang pola perubahan fungsi tersebut. Proses ini dapat dilanjutkan untuk memperoleh turunan kedua, ketiga, keempat, dan seterusnya.

Dalam notasi matematika, turunan tingkat tinggi ke- n dari suatu fungsi $f(x)$ didefinisikan sebagai:

$$f^{(n)}(x) = \frac{d^n}{dx^n} [f(x)]$$

Di mana n adalah tingkat atau orde turunan.

1. Fungsi Polinomial

Misalkan $f(x)=x^n$:

- Turunan Pertama:

$$f'(x) = n \cdot x^{n-1}$$

- Turunan Kedua:

$$f''(x) = n \cdot (n - 1) \cdot x^{n-2}$$

- Turunan Ketiga:

$$f'''(x) = n \cdot (n - 1) \cdot (n - 2) \cdot x^{n-3}$$

- Turunan ke- n :

$$f^{(n)}(x) = n!$$

Setelah turunan ke- n , semua turunan berikutnya menjadi nol karena pangkat x habis.

2. Fungsi Eksponensial

Misalkan $f(x)=e^x$:

- Turunan Pertama:

$$f'(x) = e^x$$

- Turunan Kedua:

$$f''(x) = e^x$$

- Semua turunan tingkat tinggi:

$$f^{(n)}(x) = e^x$$

3. Fungsi Trigonometri

Misalkan $f(x)=\sin(x)$:

- Turunan Pertama:

$$f'(x) = \cos(x)$$

- Turunan Kedua:

$$f''(x) = -\sin(x)$$

Polanya berulang setiap empat turunan.

Rumus Umum Turunan Tingkat Tinggi

Untuk beberapa jenis fungsi, terdapat rumus langsung untuk menghitung turunan tingkat tinggi:

- **Fungsi Polinomial:**

$$f^{(n)}(x) = 0 \quad (\text{jika } n > \text{pangkat polinomial})$$

- **Fungsi Eksponensial:**

$$f^{(n)}(x) = a^x \cdot (\ln(a))^n \quad (\text{jika fungsi adalah } f(x) = a^x)$$

- **Fungsi Trigonometri:** Pola turunannya berulang, sehingga turunan tingkat tinggi dapat dihitung menggunakan sifat periodik fungsi sinus dan kosinus.

Aplikasi Turunan Tingkat Tinggi

1. Analisis Kurva:

Turunan pertama menentukan kemiringan kurva, turunan kedua menentukan cekung atau cembungnya kurva, dan turunan tingkat tinggi digunakan untuk analisis mendalam.

2. Deret Taylor:

Turunan tingkat tinggi digunakan dalam pendekatan fungsi kompleks melalui deret Taylor.

3. Fisika:

- Turunan Kedua: Digunakan untuk menghitung percepatan.
- Turunan Ketiga: Mengukur perubahan percepatan (jerk).

4. Optimasi:

Dalam ekonomi atau teknik, turunan tingkat tinggi digunakan untuk menentukan stabilitas dan pola pertumbuhan.

Turunan Fungsi Implisit

Turunan fungsi implisit adalah proses menghitung turunan suatu fungsi yang tidak dinyatakan secara eksplisit dalam bentuk $y=f(x)$, tetapi dalam bentuk hubungan antara x dan y , seperti $F(x,y)=0$. Dalam banyak kasus, y adalah fungsi dari x , tetapi bentuk eksplisitnya sulit atau tidak memungkinkan untuk dinyatakan.

Penjelasan

Ketika kita menghadapi fungsi implisit, kita menggunakan aturan rantai untuk menghitung turunan. Aturan ini melibatkan turunan dy/dx secara tidak langsung selama prosesnya.

Jika $F(x,y)=0$, maka turunan dengan menghormati x adalah:

$$\frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} \cdot \frac{dy}{dx} = 0$$

Dari sini, kita dapat menyelesaikan $\frac{dy}{dx}$ sebagai:

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}}$$

Langkah-Langkah Turunan Fungsi Implisit

1. Turunkan fungsi secara parsial terhadap x :

Turunkan setiap suku dalam fungsi $F(x, y)$ dengan memperlakukan y sebagai fungsi dari x . Ingat untuk menerapkan aturan rantai jika y terlibat.

2. Sertakan turunan dy/dx :

Ketika Anda menemui turunan dari y , tambahkan faktor $\frac{dy}{dx}$ sebagai akibat dari aturan rantai.

3. Pecahkan untuk $\frac{dy}{dx}$:

Atur ulang persamaan sehingga Anda dapat menentukan nilai $\frac{dy}{dx}$.

Contoh Turunan Fungsi Implisit

Contoh 1

Diberikan fungsi:

$$x^2 + y^2 = 25$$

Turunkan terhadap x :

$$\frac{d}{dx}[x^2] + \frac{d}{dx}[y^2] = \frac{d}{dx}[25]$$

$$2x + 2y \frac{dy}{dx} = 0$$

Pecahkan untuk $\frac{dy}{dx}$:

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{x}{y}$$

Contoh 2

Diberikan fungsi:

$$x^3 + xy + y^3 = 6$$

Turunkan terhadap x:

$$\frac{d}{dx}[x^3] + \frac{d}{dx}[xy] + \frac{d}{dx}[y^3] = \frac{d}{dx}[6]$$

$$3x^2 + (1 \cdot y + x \cdot \frac{dy}{dx}) + 3y^2 \frac{dy}{dx} = 0$$

$$3x^2 + y + x \frac{dy}{dx} + 3y^2 \frac{dy}{dx} = 0$$

Gabungkan suku yang mengandung $\frac{dy}{dx}$:

$$x \frac{dy}{dx} + 3y^2 \frac{dy}{dx} = -3x^2 - y$$

Faktorkan $\frac{dy}{dx}$:

$$\frac{dy}{dx}(x + 3y^2) = -3x^2 - y$$

Pecahkan untuk $\frac{dy}{dx}$:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-3x^2 - y}{x + 3y^2}$$

Aplikasi Turunan Fungsi Implisit

1. Geometri:

- o Digunakan untuk menentukan kemiringan garis singgung pada kurva yang

didefinisikan secara implisit, seperti lingkaran atau elips.

2. Fisika:

- Sering muncul dalam hubungan implisit antara variabel fisik, seperti posisi, kecepatan, atau waktu.

3. Ekonomi:

- Digunakan untuk mempelajari hubungan antar variabel ekonomi yang didefinisikan secara implisit, seperti dalam teori utilitas atau elastisitas.

BAB VI

APLIKASI DIFERENSIAL DI BIDANG EKONOMI

Elastisitas

Mankiw (2018) Elastisitas adalah ukuran yang menunjukkan seberapa besar respons kuantitas yang diminta atau ditawarkan terhadap perubahan salah satu faktor penentu, seperti harga barang, pendapatan, atau harga barang lain. Sukirno (2018) Elastisitas mengacu pada tingkat kepekaan permintaan atau penawaran terhadap perubahan harga atau faktor lainnya. Misalnya, elastisitas harga menunjukkan seberapa besar perubahan jumlah

barang yang diminta akibat perubahan harga barang tersebut. Herlambang (2018) Elastisitas dalam konteks ekonomi adalah rasio perubahan persentase suatu variabel terhadap perubahan persentase variabel lainnya. Elastisitas sering digunakan untuk memahami sensitivitas pasar terhadap perubahan harga, pendapatan, atau faktor eksternal. Elastisitas adalah ukuran seberapa besar respons permintaan atau penawaran terhadap perubahan harga, pendapatan, atau faktor lainnya. Dalam ekonomi, elastisitas digunakan untuk mengukur sensitivitas suatu variabel terhadap perubahan variabel lainnya. Elastisitas mengacu pada tingkat perubahan relatif suatu variabel sebagai respons terhadap perubahan relatif variabel lain. Contohnya, elastisitas harga permintaan menunjukkan seberapa besar perubahan kuantitas barang yang diminta akibat perubahan harga. Elastisitas adalah konsep yang menggambarkan hubungan persentase perubahan dalam satu variabel terhadap persentase perubahan variabel lainnya, biasanya terkait dengan harga, kuantitas, atau pendapatan.

Elastisitas Busur dan Elastisitas Titik

Elastisitas Busur (Arc Elasticity) dan Elastisitas Titik (Point Elasticity) adalah dua metode untuk menghitung elastisitas dalam ekonomi. Berikut adalah penjelasan masing-masing:

1. Elastisitas Busur (Arc Elasticity)

Elastisitas busur digunakan untuk menghitung elastisitas di antara dua titik pada suatu kurva

permintaan atau penawaran. Metode ini cocok ketika ada perubahan besar dalam harga atau kuantitas.

Rumus:

$$E = \frac{\Delta Q / Q_{\text{rata-rata}}}{\Delta P / P_{\text{rata-rata}}}$$

atau:

$$E = \frac{(Q_2 - Q_1) / ((Q_1 + Q_2) / 2)}{(P_2 - P_1) / ((P_1 + P_2) / 2)}$$

Penjelasan:

- Q1 dan Q2: Kuantitas sebelum dan sesudah perubahan.
- P1 dan P2 : Harga sebelum dan sesudah perubahan.
- Elastisitas busur memberikan nilai rata-rata elastisitas antara dua titik, sehingga mengurangi bias yang terjadi akibat perubahan besar dalam variabel.

Kelebihan:

- Cocok untuk perubahan besar pada harga atau kuantitas.
- Tidak tergantung pada arah perubahan (naik atau turun).

Contoh:

Jika harga suatu barang naik dari Rp10.000 ke Rp12.000, dan jumlah yang diminta turun dari 100 unit menjadi 80 unit, maka:

$$E = \frac{(80 - 100) / ((100 + 80) / 2)}{(12.000 - 10.000) / ((10.000 + 12.000) / 2)}$$

2. Elastisitas Titik (Point Elasticity)

Elastisitas titik digunakan untuk menghitung elastisitas pada satu titik tertentu pada kurva permintaan atau penawaran. Metode ini lebih cocok untuk perubahan yang sangat kecil.

Rumus:

$$E = \frac{dQ}{dP} \cdot \frac{P}{Q}$$

Penjelasan:

- dQ/dP : Turunan dari fungsi permintaan atau penawaran (perubahan kecil dalam kuantitas akibat perubahan kecil dalam harga).
- P dan Q : Harga dan kuantitas pada titik tertentu.
- Elastisitas titik menggambarkan respons permintaan atau penawaran pada suatu titik spesifik.

Kelebihan:

- Memberikan hasil yang lebih akurat untuk perubahan kecil.
- Berguna untuk analisis yang menggunakan fungsi matematika eksplisit.

Contoh:

Jika fungsi permintaan adalah $Q=50-2P$, dan kita ingin menghitung elastisitas pada $P=10$ dan $Q=30$, maka:

$$dQ/dP = -2, \quad E = (-2) \cdot \frac{10}{30} = -0,67$$

Perbandingan Elastisitas Busur dan Titik

Aspek	Elastisitas Busur	Elastisitas Titik
Konteks	Perubahan besar di antara dua titik	Perubahan kecil di satu titik
Akurasi	Menggunakan rata-rata untuk perhitungan	Lebih akurat untuk perubahan kecil
Kebutuhan Data	Membutuhkan data dua titik	Membutuhkan turunan fungsi

Sifat-sifat Keelastisitasan Suatu Fungsi

Sifat-sifat keelastisitasan suatu fungsi menjelaskan bagaimana variabel dependen (seperti kuantitas yang diminta atau ditawarkan) merespons perubahan pada variabel independen (seperti harga, pendapatan, atau harga barang lain). Berikut adalah sifat-sifat utama keelastisitasan:

Elastisitas Harga Permintaan (Price Elasticity of Demand)

Mengukur sensitivitas kuantitas barang yang diminta terhadap perubahan harga barang tersebut.

Sifat-sifatnya:

- Elastis ($E > 1$): Persentase perubahan kuantitas lebih besar dibandingkan perubahan harga. Contohnya, barang mewah seperti elektronik.
- Inelastis ($E < 1$): Persentase perubahan kuantitas lebih kecil dibandingkan perubahan harga. Contohnya, barang kebutuhan pokok seperti beras.
- Unitary Elastic ($E = 1$): Persentase perubahan kuantitas sama dengan perubahan harga.

- Sempurna Elastis ($E \rightarrow \infty$): Permintaan berubah tanpa batas meskipun terjadi perubahan harga kecil. Biasanya terjadi pada pasar persaingan sempurna.
- Sempurna Inelastis ($E = 0$): Kuantitas tidak berubah meskipun harga berubah, seperti barang esensial tertentu (obat-obatan penting).

Elastisitas Harga Permintaan (Price Elasticity of Demand)

Mengukur sensitivitas kuantitas barang yang diminta terhadap perubahan harga barang tersebut.

Sifat-sifatnya:

- Elastis ($E > 1$): Persentase perubahan kuantitas lebih besar dibandingkan perubahan harga. Contohnya, barang mewah seperti elektronik.
- Inelastis ($E < 1$): Persentase perubahan kuantitas lebih kecil dibandingkan perubahan harga. Contohnya, barang kebutuhan pokok seperti beras.
- Unitary Elastic ($E = 1$): Persentase perubahan kuantitas sama dengan perubahan harga.
- Sempurna Elastis ($E \rightarrow \infty$): Permintaan berubah tanpa batas meskipun terjadi perubahan harga kecil. Biasanya terjadi pada pasar persaingan sempurna.
- Sempurna Inelastis ($E = 0$): Kuantitas tidak berubah meskipun harga berubah, seperti barang esensial tertentu (obat-obatan penting).

Elastisitas Pendapatan (Income Elasticity of Demand)

Mengukur sensitivitas kuantitas yang diminta terhadap perubahan pendapatan konsumen.

Sifat-sifatnya:

- Barang Normal ($E > 0$): Permintaan meningkat seiring kenaikan pendapatan.
 - Barang Mewah ($E > 1$): Permintaan meningkat secara proporsional lebih besar dari pendapatan.
 - Barang Kebutuhan ($0 < E < 1$): Permintaan meningkat tetapi lebih kecil dibandingkan kenaikan pendapatan.
- Barang Inferior ($E < 0$): Permintaan menurun ketika pendapatan meningkat (contoh: mie instan digantikan oleh makanan segar).

Elastisitas Penawaran (Price Elasticity of Supply)

Mengukur sensitivitas kuantitas barang yang ditawarkan terhadap perubahan harga barang tersebut.

Sifat-sifatnya:

- Elastis ($E > 1$): Penawaran sangat responsif terhadap perubahan harga. Biasanya terjadi pada barang yang produksinya dapat ditingkatkan dengan cepat.
- Inelastis ($E < 1$): Penawaran kurang responsif terhadap perubahan harga. Contoh: barang dengan proses produksi yang lama, seperti anggur.
- Unitary Elastic ($E = 1$): Persentase perubahan kuantitas penawaran sama dengan perubahan harga.
- Sempurna Elastis ($E \rightarrow \infty$): Penawaran tidak terbatas pada harga tertentu.
- Sempurna Inelastis ($E = 0$): Penawaran tetap meskipun harga berubah (contoh: barang langka).

Sifat-sifat keelastisitas membantu memahami dinamika pasar, termasuk respons konsumen dan produsen

terhadap perubahan harga, pendapatan, atau harga barang lain. Analisis ini berguna untuk pengambilan keputusan dalam bisnis, seperti penetapan harga, produksi, dan strategi pemasaran.

Interpretasi Terhadap Koefisien Elastisitas

Interpretasi koefisien elastisitas bergantung pada jenis elastisitas yang sedang dianalisis, seperti **elastisitas harga**, **elastisitas pendapatan**, atau **elastisitas silang**. Berikut adalah interpretasi umum untuk masing-masing koefisien elastisitas:

1. Elastisitas Harga Permintaan (E_d)

Mengukur respons kuantitas barang yang diminta terhadap perubahan harga barang tersebut.

Interpretasi:

- **$E_d > 1$ (Elastis)**

Kuantitas yang diminta sangat responsif terhadap perubahan harga. Penurunan harga 1% menghasilkan peningkatan permintaan lebih dari 1%. Contoh: barang mewah seperti elektronik.

- **$E_d < 1$ (Inelastis):**

Kuantitas yang diminta tidak terlalu responsif terhadap perubahan harga. Penurunan harga 1% hanya meningkatkan permintaan kurang dari 1%. Contoh: kebutuhan pokok seperti beras.

- **$E_d = 1$ (Unitary Elastic)**

Perubahan harga 1% menyebabkan perubahan kuantitas yang diminta sebesar 1%. Total pendapatan tetap stabil.

- **$E_d = 0$ (Sempurna Inelastis)**

Kuantitas yang diminta tidak berubah meskipun harga berubah. Contoh: obat-obatan penting.

- **$E_d \rightarrow \infty$ (Sempurna Elastis)**

Perubahan harga kecil menyebabkan perubahan tak terbatas dalam kuantitas yang diminta. Contoh: pasar dengan persaingan sempurna.

2. Elastisitas Pendapatan (E_y)

Mengukur respons kuantitas yang diminta terhadap perubahan pendapatan konsumen.

Interpretasi:

- **$E_y > 1$ (Barang Mewah)**

Permintaan barang meningkat secara proporsional lebih besar dibandingkan kenaikan pendapatan. Contoh: mobil mewah atau liburan internasional.

- **$0 < E_y < 1$ (Barang Normal)**

Permintaan meningkat seiring kenaikan pendapatan, tetapi dalam proporsi lebih kecil. Contoh: pakaian atau makanan.

- **$E_y < 0$ (Barang Inferior):**

Permintaan menurun ketika pendapatan meningkat. Contoh: mie instan atau barang kualitas rendah.

3. Elastisitas Silang (E_{xy})

Mengukur respons kuantitas yang diminta suatu barang terhadap perubahan harga barang lain.

Interpretasi:

- **$E_{xy} > 0$ (Barang Substitusi)**
Permintaan barang meningkat ketika harga barang lain naik. Contoh: kopi dan teh.
- **$E_{xy} < 0$ (Barang Komplemen)**
Permintaan barang menurun ketika harga barang lain naik. Contoh: bensin dan mobil.
- **$E_{xy} = 0$ (Tidak Berkaitan)**
Tidak ada hubungan antara dua barang. Contoh: pakaian dan makanan.

4. Elastisitas Harga Penawaran (E_s)

Mengukur respons kuantitas barang yang ditawarkan terhadap perubahan harga barang tersebut.

Interpretasi:

- **$E_s > 1$ (Elastis)**
Penawaran sangat responsif terhadap perubahan harga. Produksi dapat dengan mudah ditingkatkan. Contoh: barang yang mudah diproduksi, seperti pakaian.
- **$E_s < 1$ (Inelastis)**
Penawaran kurang responsif terhadap perubahan harga. Contoh: barang dengan waktu produksi panjang, seperti anggur.
- **$E_s = 1$ (Unitary Elastic):**
Persentase perubahan harga sama dengan persentase perubahan penawaran.
- **$E_s = 0$ (Sempurna Inelastis)**
Penawaran tetap meskipun harga berubah. Contoh: barang langka.
- **$E_s \rightarrow \infty$ (Sempurna Elastis):**
Penawaran tidak terbatas pada harga tertentu.

Elastisitas Permintaan dan Penawaran

Elastisitas Permintaan dan Penawaran adalah konsep dalam ekonomi yang menggambarkan sejauh mana jumlah yang diminta atau ditawarkan dari suatu barang atau jasa berubah sebagai respons terhadap perubahan faktor tertentu, seperti harga, pendapatan, atau harga barang lain.

1. Elastisitas Permintaan

Elastisitas Permintaan adalah ukuran yang menggambarkan tingkat responsivitas kuantitas barang atau jasa yang diminta terhadap perubahan harga atau faktor lainnya, seperti pendapatan atau harga barang substitusi. Konsep ini sangat penting dalam ilmu ekonomi karena membantu memahami bagaimana perubahan dalam faktor-faktor tersebut memengaruhi perilaku konsumen. Ketika harga suatu barang naik atau turun, tidak semua konsumen bereaksi dengan cara yang sama. Ada barang yang permintaannya sangat sensitif terhadap perubahan harga, seperti barang mewah, sementara barang kebutuhan pokok, seperti beras atau garam, cenderung memiliki permintaan yang tidak terlalu terpengaruh oleh perubahan harga. Sensitivitas ini dikenal sebagai elastisitas permintaan, dan elastisitas ini memiliki beberapa jenis berdasarkan tingkat responsivitasnya. Dalam konteks harga, elastisitas permintaan dihitung dengan membandingkan persentase perubahan kuantitas yang diminta dengan persentase perubahan harga barang tersebut. Hasil dari perhitungan ini dapat menunjukkan apakah permintaan

suatu barang bersifat elastis, inelastis, atau unitary elastic. Jika permintaan suatu barang bersifat **elastis**, artinya perubahan kecil dalam harga akan menyebabkan perubahan yang besar pada jumlah yang diminta. Sebaliknya, jika permintaannya **inelastis**, perubahan harga hanya akan berdampak kecil pada kuantitas yang diminta. Ada juga kondisi di mana perubahan harga berbanding lurus secara proporsional dengan perubahan kuantitas yang diminta, yang disebut sebagai **unitary elastic**. Elastisitas permintaan juga dipengaruhi oleh beberapa faktor, seperti ketersediaan barang substitusi, proporsi pendapatan yang dihabiskan untuk membeli barang tersebut, sifat barang (kebutuhan atau keinginan), dan jangka waktu analisis. Misalnya, barang dengan banyak substitusi, seperti merek-merek kopi instan, cenderung memiliki permintaan yang lebih elastis dibandingkan barang yang sulit digantikan, seperti bahan bakar. Pentingnya memahami elastisitas permintaan terletak pada penerapannya dalam keputusan bisnis dan kebijakan pemerintah. Perusahaan dapat menggunakan informasi tentang elastisitas untuk menentukan strategi penetapan harga yang optimal, sementara pemerintah dapat memperkirakan dampak kebijakan pajak atau subsidi terhadap konsumsi masyarakat. Dengan demikian, elastisitas permintaan adalah alat analitis yang sangat bermanfaat dalam mengelola dan memahami dinamika pasar.

Elastisitas permintaan mengukur seberapa responsif kuantitas barang yang diminta terhadap

perubahan harga barang tersebut. Rumus umumnya adalah:

$$E_d = \frac{\% \Delta Q_d}{\% \Delta P}$$

- E_d : Elastisitas harga permintaan
- $\% \Delta Q_d$: Persentase perubahan kuantitas yang diminta
- $\% \Delta P$: Persentase perubahan harga

Jenis Elastisitas Permintaan

1. Elastis ($E_d > 1$): Perubahan harga menyebabkan perubahan kuantitas yang diminta lebih besar secara persentase. Contoh: barang mewah.
2. Inelastis ($E_d < 1$): Perubahan harga menyebabkan perubahan kuantitas yang diminta lebih kecil secara persentase. Contoh: barang kebutuhan pokok.
3. Unitary Elastic ($E_d = 1$): Perubahan harga menyebabkan perubahan kuantitas yang diminta secara persentase sama.
4. Elastisitas Sempurna ($E_d = \infty$): Kuantitas yang diminta berubah tanpa batas meski harga tetap.
5. Inelastisitas Sempurna ($E_d = 0$): Kuantitas yang diminta tidak berubah meski harga berubah.

Faktor yang Mempengaruhi Elastisitas Permintaan

1. Ketersediaan substitusi
2. Proporsi pendapatan yang dihabiskan untuk barang
3. Sifat kebutuhan atau keinginan
4. Jangka waktu analisis

2. Elastisitas Penawaran

Elastisitas Penawaran adalah konsep dalam ilmu ekonomi yang menggambarkan sejauh mana kuantitas

barang atau jasa yang ditawarkan oleh produsen berubah sebagai respons terhadap perubahan harga. Elastisitas ini mencerminkan sensitivitas produsen terhadap perubahan harga di pasar dan membantu memahami bagaimana mereka menyesuaikan produksi untuk memenuhi permintaan.

Ketika harga suatu barang atau jasa meningkat, produsen biasanya cenderung meningkatkan jumlah barang yang ditawarkan karena insentif keuntungan yang lebih tinggi. Sebaliknya, jika harga turun, produsen mungkin mengurangi jumlah barang yang ditawarkan karena menurunnya potensi keuntungan. Tingkat responsivitas produsen ini dikenal sebagai elastisitas penawaran.

Secara matematis, elastisitas penawaran dihitung dengan membandingkan persentase perubahan kuantitas yang ditawarkan dengan persentase perubahan harga. Hasil dari perhitungan ini membantu menentukan apakah penawaran suatu barang bersifat elastis, inelastis, atau unitary elastic.

1. Penawaran elastis terjadi ketika perubahan kecil pada harga menghasilkan perubahan yang lebih besar dalam kuantitas yang ditawarkan. Ini sering terjadi pada barang yang produksinya mudah ditingkatkan, seperti produk manufaktur dengan kapasitas produksi yang fleksibel.
2. Penawaran inelastis terjadi ketika perubahan harga hanya menyebabkan perubahan kecil pada kuantitas yang ditawarkan. Contoh barang dengan penawaran inelastis adalah produk pertanian dalam jangka

pendek, karena waktu produksi yang panjang dan ketergantungan pada musim.

3. Unitary elastic adalah kondisi di mana perubahan harga berbanding lurus secara persentase dengan perubahan kuantitas yang ditawarkan.

Faktor-faktor yang memengaruhi elastisitas penawaran meliputi:

1. Waktu produksi: Barang yang membutuhkan waktu lama untuk diproduksi cenderung memiliki penawaran yang inelastis dalam jangka pendek. Namun, dalam jangka panjang, penawaran bisa menjadi lebih elastis karena produsen dapat meningkatkan kapasitas produksi.
2. Kapasitas produksi yang tersedia: Jika produsen memiliki kapasitas cadangan, mereka dapat dengan mudah meningkatkan produksi, sehingga penawaran menjadi lebih elastis.
3. Kemampuan menyimpan barang: Barang yang dapat disimpan dalam waktu lama cenderung memiliki penawaran yang lebih elastis, karena produsen dapat menahan produk hingga harga lebih menguntungkan.
4. Mobilitas faktor produksi: Jika bahan baku dan tenaga kerja dapat dengan mudah dialihkan ke produksi barang tertentu, penawaran cenderung lebih elastis.

Elastisitas penawaran memiliki implikasi penting bagi kebijakan ekonomi dan keputusan bisnis. Pemerintah dapat menggunakan pemahaman tentang elastisitas penawaran untuk merancang kebijakan yang

mendukung produksi barang-barang strategis. Di sisi lain, produsen dapat menggunakan informasi ini untuk menentukan strategi produksi yang optimal dalam menghadapi fluktuasi harga. Dengan demikian, elastisitas penawaran menjadi alat yang esensial dalam analisis pasar dan perencanaan ekonomi.

Elastisitas penawaran mengukur seberapa responsif kuantitas barang yang ditawarkan terhadap perubahan harga. Rumusnya:

$$E_s = \frac{\% \Delta Q_s}{\% \Delta P}$$

- E_s : Elastisitas harga penawaran
- $\% \Delta Q_s$: Persentase perubahan kuantitas yang ditawarkan
- $\% \Delta P$: Persentase perubahan harga

Jenis Elastisitas Penawaran

1. Elastis ($E_s > 1$): Perubahan harga menyebabkan perubahan kuantitas yang ditawarkan lebih besar secara persentase.
2. Inelastis ($E_s < 1$): Perubahan harga menyebabkan perubahan kuantitas yang ditawarkan lebih kecil secara persentase.
3. Unitary Elastic ($E_s = 1$): Perubahan harga menyebabkan perubahan kuantitas yang ditawarkan secara persentase sama.
4. Elastisitas Sempurna ($E_s = \infty$): Kuantitas yang ditawarkan berubah tanpa batas meski harga tetap.

5. Inelastisitas Sempurna ($E_s=0$): Kuantitas yang ditawarkan tidak berubah meski harga berubah.

Fungsi Marginal

Fungsi Marginal adalah konsep dalam ekonomi yang menggambarkan perubahan tambahan pada suatu variabel output sebagai akibat dari perubahan satu unit pada variabel input. Fungsi ini sering digunakan untuk menganalisis hubungan antara input dan output dalam konteks produksi, konsumsi, atau utilitas. Berikut adalah pengertian fungsi marginal menurut para ahli: Menurut Samuelson, fungsi marginal adalah tingkat perubahan dalam hasil (output) yang dihasilkan dari perubahan kecil pada faktor produksi tertentu, dengan asumsi faktor produksi lainnya tetap konstan. Dalam konteks ini, fungsi marginal menunjukkan efisiensi tambahan yang dapat diperoleh dari peningkatan input tertentu. Dalam buku *Microeconomic Theory: Basic Principles and Extensions*, Nicholson dan Snyder menjelaskan bahwa fungsi marginal menggambarkan bagaimana suatu variabel berubah akibat perubahan kecil pada variabel lainnya. Misalnya, marginal product of labor adalah tambahan output yang dihasilkan dari penggunaan tambahan satu unit tenaga kerja. Dalam bukunya *Intermediate Microeconomics*, Varian menyatakan bahwa fungsi marginal mengukur perubahan kecil dalam fungsi output akibat perubahan kecil pada input. Ini digunakan untuk memahami bagaimana suatu sistem bereaksi terhadap perubahan incremental dalam variabel.

Dalam konsep produktivitas marginal (meski tidak menggunakan istilah modern), Adam Smith menekankan bahwa penambahan input (seperti tenaga kerja) akan memberikan tambahan output, tetapi tingkat pertambahan tersebut dapat menurun seiring waktu jika ada keterbatasan sumber daya lain.

Fungsi marginal digunakan dalam berbagai analisis ekonomi, seperti:

- a. Marginal Product (Produk Marginal): Perubahan output akibat perubahan satu unit input tertentu.
- b. Marginal Cost (Biaya Marginal): Perubahan biaya total akibat peningkatan satu unit output.
- c. Marginal Revenue (Pendapatan Marginal): Tambahan pendapatan yang diperoleh dari menjual satu unit output tambahan.
- d. Marginal Utility (Kegunaan Marginal): Tambahan kepuasan atau utilitas yang diperoleh dari konsumsi satu unit tambahan barang atau jasa.

Fungsi marginal membantu ekonom, produsen, dan pembuat kebijakan memahami bagaimana perubahan kecil dalam variabel tertentu dapat memengaruhi hasil akhir, sehingga menjadi alat penting dalam pengambilan keputusan.

1. Penerimaan Marginal

Penerimaan Marginal adalah tambahan penerimaan yang diperoleh perusahaan dari penjualan satu unit tambahan barang atau jasa. Dalam konteks ekonomi mikro, penerimaan marginal merupakan konsep penting untuk memahami bagaimana pendapatan perusahaan berubah ketika mereka

menjual lebih banyak unit produk. Secara matematis, penerimaan marginal dapat dinyatakan dengan rumus berikut:

$$MR = \frac{\Delta TR}{\Delta Q}$$

- **MR (Marginal Revenue):** Penerimaan marginal
- ΔTR : Perubahan total penerimaan (Total Revenue)
- ΔQ : Perubahan jumlah barang yang terjual

Karakteristik Penerimaan Marginal

1. **Pasar Persaingan Sempurna:** Dalam pasar persaingan sempurna, penerimaan marginal selalu sama dengan harga ($MR = P$) karena perusahaan dapat menjual barang sebanyak mungkin tanpa memengaruhi harga pasar.
2. **Pasar Monopoli atau Monopolistik:** Dalam pasar dengan kekuatan monopoli, penerimaan marginal biasanya lebih kecil daripada harga produk. Hal ini terjadi karena untuk menjual lebih banyak, perusahaan harus menurunkan harga seluruh unit barang yang dijual, sehingga menyebabkan penerimaan marginal berkurang.

Fungsi Penerimaan Marginal

1. **Pengambilan Keputusan Produksi:** Perusahaan menggunakan penerimaan marginal untuk menentukan jumlah barang yang optimal untuk diproduksi. Keputusan produksi yang optimal

tercapai ketika $MR = MC$ (Marginal Cost), yaitu saat penerimaan tambahan dari menjual satu unit barang sama dengan biaya tambahan untuk memproduksi unit tersebut.

2. Analisis Harga: Penerimaan marginal membantu perusahaan mengevaluasi strategi penetapan harga, terutama dalam pasar yang tidak kompetitif.
3. Optimasi Keuntungan: Dengan membandingkan penerimaan marginal dan biaya marginal, perusahaan dapat memaksimalkan keuntungan atau meminimalkan kerugian.

Contoh Penghitungan Penerimaan Marginal

Misalkan sebuah perusahaan menjual 10 unit barang dengan total penerimaan $TR = Rp1.000$. Ketika perusahaan meningkatkan penjualan menjadi 11 unit, total penerimaan menjadi $TR = Rp1.050$. Penerimaan marginal dihitung sebagai:

$$MR = \frac{\Delta TR}{\Delta Q} = \frac{Rp1.050 - Rp1.000}{11 - 10} = Rp50$$

Artinya, setiap penambahan satu unit barang yang dijual menghasilkan tambahan penerimaan sebesar Rp50.

2. Biaya Marginal

Biaya Marginal adalah tambahan biaya yang dikeluarkan untuk memproduksi satu unit barang atau jasa tambahan. Konsep ini sangat penting dalam ekonomi mikro karena membantu perusahaan

memahami dampak biaya dari peningkatan produksi. Secara matematis, biaya marginal dirumuskan sebagai:

$$MC = \frac{\Delta TC}{\Delta Q}$$

- **MC (Marginal Cost):** Biaya marginal
- ΔTC : Perubahan total biaya (Total Cost)
- ΔQ : Perubahan jumlah output yang diproduksi

Biaya Marginal dalam Kurva Biaya

- **Saat Biaya Marginal Rendah:** Pada awal proses produksi, biaya marginal menurun karena efisiensi yang diperoleh dari penggunaan sumber daya yang optimal.
- **Saat Biaya Marginal Tinggi:** Setelah kapasitas produksi maksimum tercapai, biaya marginal meningkat akibat ketidakefisienan seperti biaya tambahan tenaga kerja atau bahan baku.

Biaya marginal adalah indikator penting bagi perusahaan untuk mengevaluasi dampak biaya dari keputusan produksi tambahan. Dengan menggunakan analisis biaya marginal, perusahaan dapat menentukan skala produksi yang paling efisien dan mengoptimalkan keuntungan. Selain itu, konsep ini juga relevan untuk membuat kebijakan harga yang kompetitif dan berkelanjutan.

3. Konsumsi Marginal

Konsumsi Marginal mengacu pada perubahan konsumsi yang terjadi sebagai respons terhadap perubahan pendapatan atau situasi ekonomi lainnya. Dalam teori ekonomi, khususnya pada teori konsumsi, konsumsi marginal sering digunakan untuk memahami hubungan antara tambahan pendapatan seseorang dengan tambahan pengeluaran konsumsi yang dihasilkan.

Marginal Propensity to Consume (MPC)

Konsumsi marginal sering diukur dengan Kecenderungan Konsumsi Marginal atau Marginal Propensity to Consume (MPC), yang didefinisikan sebagai proporsi tambahan pendapatan yang dibelanjakan untuk konsumsi. Rumusnya:

$$MPC = \frac{\Delta C}{\Delta Y}$$

- **MPC (Marginal Propensity to Consume):** Kecenderungan konsumsi marginal
- ΔC : Perubahan konsumsi
- ΔY : Perubahan pendapatan

Contoh: Jika pendapatan seseorang meningkat sebesar Rp1.000.000, dan dari jumlah itu dia membelanjakan Rp800.000 untuk konsumsi, maka:

$$MPC = \frac{\Delta C}{\Delta Y} = \frac{Rp800.000}{Rp1.000.000} = 0,8$$

Artinya, 80% dari tambahan pendapatan digunakan untuk konsumsi.

Fungsi Konsumsi Marginal

1. Analisis Ekonomi Makro: MPC digunakan untuk memahami dampak perubahan pendapatan terhadap konsumsi nasional dan bagaimana hal itu memengaruhi pertumbuhan ekonomi.
2. Perencanaan Kebijakan Pemerintah: Pemerintah menggunakan data MPC untuk merancang kebijakan fiskal yang efektif, seperti menentukan tingkat stimulus ekonomi yang diperlukan untuk mendorong konsumsi masyarakat.
3. Perilaku Konsumen: Konsumsi marginal mencerminkan pola perilaku konsumen dalam merespons perubahan pendapatan, yang penting bagi analisis pemasaran dan bisnis.

Konsumsi marginal adalah konsep fundamental yang membantu memahami bagaimana individu atau rumah tangga mengalokasikan pendapatan tambahan mereka. Dalam skala makro, konsumsi marginal berperan penting dalam menentukan tingkat pengeluaran agregat dan stabilitas ekonomi. Bagi pembuat kebijakan, memahami konsumsi marginal masyarakat menjadi dasar dalam merancang kebijakan ekonomi yang berdampak luas.

4. Tabungan Marginal

Tabungan Marginal adalah tambahan tabungan yang dihasilkan oleh individu atau rumah tangga dari setiap tambahan pendapatan yang diterima. Dalam teori ekonomi, konsep ini digunakan untuk menganalisis hubungan antara perubahan pendapatan

dan perilaku menabung. Tabungan marginal sering diukur menggunakan Kecenderungan Menabung Marginal atau Marginal Propensity to Save (MPS).

Marginal Propensity to Save (MPS)

Tabungan marginal dihitung dengan rumus berikut:

$$MPS = \frac{\Delta S}{\Delta Y}$$

- **MPS (Marginal Propensity to Save):** Kecenderungan menabung marginal
- ΔS : Perubahan tabungan
- ΔY : Perubahan pendapatan

Contoh: Jika pendapatan seseorang meningkat sebesar Rp1.000.000, dan dari jumlah itu dia menabung Rp200.000, maka:

$$MPS = \frac{\Delta S}{\Delta Y} = \frac{Rp200.000}{Rp1.000.000} = 0,2$$

Artinya, 20% dari tambahan pendapatan disisihkan untuk tabungan.

Fungsi Tabungan Marginal

1. Analisis Ekonomi Makro: MPS digunakan untuk memahami dampak perubahan pendapatan terhadap tingkat tabungan nasional, yang penting dalam perencanaan pembangunan ekonomi dan investasi.
2. Efek Multiplier Keynesian: Dalam teori Keynesian, MPS memengaruhi besarnya multiplier ekonomi. Semakin tinggi MPS, semakin kecil multiplier,

karena lebih banyak pendapatan ditabung daripada dibelanjakan.

3. Perencanaan Keuangan Individu: MPS membantu individu dan rumah tangga merencanakan bagaimana tambahan pendapatan dialokasikan antara konsumsi dan tabungan.

Tabungan marginal adalah konsep penting yang menunjukkan perilaku masyarakat dalam menyisihkan pendapatan tambahan untuk tabungan. Dengan memahami MPS, pembuat kebijakan dapat memprediksi bagaimana perubahan pendapatan nasional memengaruhi tingkat tabungan dan investasi. Pada skala individu, tabungan marginal membantu memahami preferensi seseorang dalam menabung dibandingkan dengan membelanjakan pendapatan tambahan.

5. Laju Pembentukan Modal

Laju Pembentukan Modal adalah tingkat atau kecepatan di mana suatu negara atau perekonomian menciptakan aset modal baru dalam suatu periode waktu tertentu. Aset modal mencakup semua jenis investasi dalam bentuk fisik, seperti mesin, infrastruktur, bangunan, peralatan, dan teknologi, yang digunakan untuk meningkatkan kapasitas produksi di masa depan. Pembentukan modal merupakan elemen penting dalam proses pertumbuhan ekonomi, karena memungkinkan peningkatan produktivitas, penciptaan lapangan kerja, dan ekspansi kapasitas produksi nasional.

Karakteristik Laju Pembentukan Modal

1. Berkaitan dengan Investasi: Pembentukan modal sebagian besar ditentukan oleh tingkat investasi dalam perekonomian. Investasi yang lebih tinggi berarti laju pembentukan modal yang lebih cepat.
2. Sumber Pembentukan Modal:
 - Tabungan Domestik: Sumber utama untuk mendanai investasi, baik oleh sektor rumah tangga, perusahaan, maupun pemerintah.
 - Modal Asing: Investasi langsung asing (Foreign Direct Investment, FDI) dan pinjaman internasional juga berkontribusi pada pembentukan modal.
 - Reinvestasi Keuntungan: Perusahaan sering menggunakan keuntungan yang dihasilkan untuk membeli aset modal baru.
3. Faktor Jangka Panjang: Laju pembentukan modal sering dipengaruhi oleh kebijakan ekonomi, stabilitas politik, akses ke sumber daya, dan tingkat teknologi.

Faktor-Faktor yang Mempengaruhi Laju Pembentukan Modal

1. Tingkat Tabungan: Tingkat tabungan yang tinggi memungkinkan lebih banyak dana tersedia untuk investasi. Negara dengan budaya menabung tinggi cenderung memiliki pembentukan modal yang lebih cepat.
2. Iklim Investasi: Kondisi ekonomi yang stabil, kebijakan ramah investor, dan infrastruktur yang baik mendorong investasi domestik dan asing.

3. Teknologi: Adopsi teknologi modern mempercepat pembentukan modal dengan meningkatkan efisiensi produksi dan memperluas kapasitas perekonomian.
4. Kebijakan Pemerintah:
 - Subsidi untuk sektor produktif
 - Kebijakan fiskal yang mendukung investasi
 - Investasi langsung dalam infrastruktur publik
5. Kapasitas Produktif Ekonomi: Jika perekonomian sudah mendekati kapasitas maksimum, peningkatan pembentukan modal mungkin memerlukan waktu lebih lama.

Pentingnya Laju Pembentukan Modal

1. Pertumbuhan Ekonomi: Laju pembentukan modal yang tinggi memungkinkan peningkatan kapasitas produksi dan mempercepat pertumbuhan ekonomi.
2. Peningkatan Produktivitas: Modal baru, seperti mesin dan teknologi, meningkatkan efisiensi dan produktivitas tenaga kerja.
3. Cipta Lapangan Kerja: Investasi modal sering menciptakan pekerjaan baru, baik dalam pembangunan maupun operasional.
4. Kemampuan Bersaing: Pembentukan modal memungkinkan suatu negara untuk bersaing lebih baik di pasar global melalui peningkatan kapasitas produksi dan kualitas produk.

Indikator Laju Pembentukan Modal

Laju pembentukan modal sering diukur dengan rasio **Gross Capital Formation (GCF)** terhadap **Gross Domestic Product (GDP)**. Rumusnya:

$$\text{Laju Pembentukan Modal} = \frac{\text{Pembentukan Modal Bruto (GCF)}}{\text{Produk Domestik Bruto (GDP)}} \times 100\%$$

Contoh:

Jika suatu negara memiliki GCF sebesar Rp200 triliun dan GDP sebesar Rp1.000 triliun, maka laju pembentukan modal adalah:

$$\text{Laju Pembentukan Modal} = \frac{\text{Rp200}}{\text{Rp1.000}} \times 100\% = 20\%$$

Artinya, 20% dari GDP digunakan untuk pembentukan modal.

Laju pembentukan modal adalah indikator penting yang mencerminkan kemampuan suatu perekonomian untuk meningkatkan kapasitas produksi di masa depan. Faktor-faktor seperti tabungan, investasi, teknologi, dan kebijakan pemerintah sangat memengaruhi tingkat pembentukan modal. Dengan laju pembentukan modal yang tinggi, suatu negara dapat mendorong pertumbuhan ekonomi, meningkatkan produktivitas, dan menciptakan peluang pembangunan jangka panjang.

Masalah Optimasi

Masalah optimasi adalah suatu proses atau pendekatan dalam matematika dan ilmu ekonomi untuk mencari nilai terbaik (maksimum atau minimum) dari suatu fungsi tertentu dalam kondisi atau batasan tertentu.

Masalah ini sering digunakan untuk menyelesaikan berbagai persoalan yang melibatkan efisiensi, alokasi sumber daya, atau pengambilan keputusan optimal dalam berbagai bidang seperti ekonomi, teknik, dan bisnis.

Elemen Penting dalam Masalah Optimasi

1. Fungsi Objektif (Objective Function): Fungsi yang akan dioptimalkan (dimaksimalkan atau diminimalkan). Contohnya:
 - Memaksimalkan keuntungan (Profit)
 - Meminimalkan biaya (Cost)
 - Memaksimalkan utilitas (Utility)
2. Variabel Keputusan (Decision Variables): Variabel yang nilainya akan diatur atau diubah untuk mencapai hasil optimal. Misalnya:
 - Jumlah produksi barang
 - Alokasi sumber daya
3. Kendala (Constraints): Batasan atau kondisi yang harus dipenuhi dalam proses optimasi. Contohnya:
 - Sumber daya terbatas
 - Kapasitas produksi maksimum
 - Anggaran tertentu
4. Domain atau Ruang Solusi (Feasible Region): Wilayah yang mencakup semua kombinasi variabel keputusan yang memenuhi kendala.

Contoh Masalah Optimasi

1. Masalah Ekonomi:
 - *Masalah Maksimasi Keuntungan:* Sebuah perusahaan ingin menentukan jumlah produksi barang xxx dan yyy untuk

memaksimalkan keuntungan, dengan kendala bahan baku dan tenaga kerja.

o Fungsi objektif: $\max Z = 20x + 30y$

o Kendala:

$$2x + 3y \leq 100 \text{ (bahan baku)}$$

$$x + 2y \leq 80 \text{ (tenaga kerja)}$$

2. Masalah Transportasi: Menentukan alokasi pengiriman barang dari beberapa gudang ke beberapa tujuan dengan biaya minimum.
3. Masalah Konsumsi dan Tabungan: Mengoptimalkan konsumsi dan tabungan rumah tangga untuk memaksimalkan utilitas seumur hidup, dengan pendapatan terbatas.
4. Masalah Produksi: Meminimalkan biaya produksi dengan memilih kombinasi input (tenaga kerja dan modal) yang optimal.

Metode Penyelesaian Masalah Optimasi

1. Metode Analitik: Menggunakan teknik diferensial untuk mencari nilai ekstrem (maksimum atau minimum) dari fungsi objektif.
 - o Contoh: Mencari turunan pertama dan menyelesaikan $f'(x) = 0$.
2. Metode Numerik: Menggunakan algoritma komputer untuk menyelesaikan masalah optimasi yang kompleks, seperti optimasi nonlinear.
3. Metode Simpleks: Digunakan untuk menyelesaikan masalah optimasi linear dengan banyak variabel.
4. Algoritma Heuristik: Teknik pencarian solusi mendekati optimal, seperti algoritma genetika atau simulated annealing.

1. Penerimaan Total yang Maksimum

Penerimaan Total (Total Revenue) adalah jumlah uang yang diterima oleh perusahaan dari penjualan barang atau jasa, yang dihitung sebagai hasil perkalian antara harga per unit (P) dan jumlah barang yang terjual (Q). Secara matematis, penerimaan total dapat dituliskan sebagai:

$$TR = P \times Q$$

- **TR (Total Revenue):** Penerimaan total
- **P (Price):** Harga per unit barang
- **Q (Quantity):** Jumlah barang yang terjual

Penerimaan total yang maksimum mengacu pada tingkat produksi dan harga yang memberikan hasil maksimal dalam hal pendapatan yang diterima oleh perusahaan. Menemukan titik maksimum penerimaan total adalah penting untuk memaksimalkan keuntungan perusahaan.

Karakteristik Penerimaan Total

1. Relasi dengan Harga dan Jumlah Barang yang Terjual: Penerimaan total dipengaruhi oleh dua faktor utama: harga barang dan jumlah yang terjual. Ketika harga diturunkan, jumlah yang terjual cenderung meningkat, tetapi harga per unit menurun. Sebaliknya, menaikkan harga dapat mengurangi jumlah yang terjual tetapi meningkatkan harga per unit.
2. Kurva Penerimaan Total:
 - Pada kurva penerimaan total, biasanya ada titik maksimum yang menunjukkan tingkat

harga dan jumlah yang terjual yang memberikan penerimaan total tertinggi.

- o Penerimaan total dapat meningkat, mencapai puncaknya, dan kemudian menurun setelah titik tertentu.

Menemukan Penerimaan Total Maksimum

Untuk menemukan penerimaan total yang maksimum, kita perlu menganalisis elastisitas harga dari permintaan. Elastisitas permintaan mengukur sejauh mana jumlah yang diminta berubah terhadap perubahan harga. Berikut adalah cara untuk menemukannya:

1. Kondisi Penerimaan Total Maksimum: Penerimaan total maksimum terjadi ketika elastisitas permintaan adalah 1 (unitary elastic). Pada titik ini, perubahan harga tidak mempengaruhi penerimaan total secara signifikan. Secara matematis, ini terjadi ketika pendapatan marginal (MR) sama dengan nol.

$$MR=0$$

2. Penerimaan Marginal (Marginal Revenue) dan Penerimaan Total: Penerimaan marginal adalah tambahan penerimaan yang diperoleh perusahaan ketika menjual satu unit tambahan barang. Untuk menemukan penerimaan total yang maksimum, kita dapat mencari titik di mana penerimaan marginal sama dengan nol.

$$MR = \frac{d(TR)}{dQ} = 0$$

Setelah $MR = 0$, maka penerimaan total berada pada titik maksimum.

Contoh dalam Konteks Penerimaan Total

Misalkan sebuah perusahaan memproduksi barang dengan fungsi permintaan sebagai berikut:

$$P=100-2Q$$

Di mana P adalah harga dan Q adalah jumlah barang yang terjual. Maka penerimaan total TR dapat dihitung sebagai:

$$TR=P \times Q=(100-2Q) \times Q=100Q-2Q^2$$

Untuk mencari penerimaan total maksimum, kita cari penerimaan marginal (MR), yaitu turunan pertama dari fungsi penerimaan total:

$$MR = \frac{d(TR)}{dQ} = 100 - 4Q$$

Untuk menemukan titik maksimum, kita atur MR = 0:

$$100 - 4Q = 0$$

$$Q = 25$$

Pada Q=25, perusahaan memperoleh penerimaan total maksimum. Dengan substitusi Q=25 ke dalam fungsi permintaan, kita dapat menghitung harga:

$$P=100-2(25)=50$$

Jadi, penerimaan total maksimum terjadi pada harga Rp50 per unit dengan jumlah barang terjual sebanyak 25 unit.

Pentingnya Mengetahui Penerimaan Total yang Maksimum

1. Pengambilan Keputusan Harga: Mengetahui titik penerimaan total maksimum membantu perusahaan dalam menentukan harga yang tepat untuk memaksimalkan pendapatan mereka.
2. Strategi Penetapan Harga: Di pasar yang kompetitif, mengetahui titik maksimum penerimaan total memungkinkan perusahaan membuat keputusan yang tepat antara menaikkan atau menurunkan harga.
3. Perencanaan Produksi: Penerimaan total maksimum juga membantu perusahaan dalam merencanakan jumlah produksi yang optimal agar pendapatan maksimal tercapai.

Penerimaan total maksimum adalah titik di mana perusahaan memperoleh pendapatan tertinggi dari penjualan barang atau jasa. Titik ini ditemukan dengan menganalisis elastisitas permintaan dan penerimaan marginal. Mengetahui penerimaan total maksimum memungkinkan perusahaan untuk membuat keputusan harga dan produksi yang optimal, yang pada gilirannya dapat memaksimalkan keuntungan dan keberlanjutan usaha.

2. Penerimaan Total Maksimum dari Pajak

Penerimaan total pajak adalah jumlah uang yang diterima oleh pemerintah dari pemungutan pajak. Penerimaan pajak ini tergantung pada dua faktor utama:

tarif pajak (tax rate) dan **basis pajak** (tax base), yang biasanya berhubungan dengan pendapatan atau konsumsi yang dikenakan pajak. Tujuan dari penerimaan pajak adalah untuk memaksimalkan pendapatan negara tanpa menyebabkan distorsi besar pada perekonomian. Namun, **penerimaan total pajak maksimum** tidak selalu diperoleh dengan menaikkan tarif pajak secara terus-menerus. Pada suatu titik tertentu, kenaikan tarif pajak lebih lanjut dapat mengurangi penerimaan pajak, karena dapat menurunkan insentif untuk bekerja, berinvestasi, atau konsumsi. Hal ini dikenal sebagai **kurva Laffer** yang menunjukkan hubungan antara tarif pajak dan penerimaan pajak total.

Kurva Laffer: Konsep Penerimaan Pajak Maksimum

Kurva Laffer adalah konsep yang menggambarkan hubungan antara tarif pajak dan total penerimaan pajak. Menurut teori ini, ada titik tertentu di mana peningkatan tarif pajak akan menyebabkan peningkatan penerimaan pajak, tetapi setelah titik itu, peningkatan tarif pajak justru akan menyebabkan penurunan penerimaan pajak.

Kurva ini berbentuk seperti lengkungan, yang menunjukkan bahwa:

- Pada tarif pajak yang sangat rendah (0%), penerimaan pajak adalah 0.
- Pada tarif pajak yang sangat tinggi (100%), penerimaan pajak juga adalah 0 karena tidak ada insentif untuk bekerja, berinvestasi, atau memproduksi.

Titik puncak kurva tersebut adalah penerimaan pajak maksimum, yang menunjukkan tarif pajak yang memberikan pendapatan tertinggi untuk pemerintah.

Mencari Penerimaan Pajak Maksimum

Penerimaan pajak total (TR) pada tingkat tarif pajak tertentu dapat dihitung sebagai hasil perkalian antara tarif pajak (t) dan basis pajak ($B(t)$):

$$TR=t \times B(t)$$

Di sini:

- t adalah tarif pajak (misalnya, persentase dari pendapatan atau harga barang yang dikenakan pajak).
- $B(t)$ adalah basis pajak, yang biasanya berupa jumlah pendapatan atau konsumsi yang dikenakan pajak, yang tergantung pada tarif pajak.

Penerimaan pajak maksimum terjadi pada tingkat tarif pajak di mana marginal revenue (MR) atau penerimaan marginal sama dengan nol, yang berarti bahwa penambahan tarif pajak tidak akan menambah penerimaan, malah bisa menurunkannya.

Penerimaan Pajak Maksimum dan Elastisitas Pajak

Untuk memahami lebih lanjut tentang bagaimana tarif pajak memengaruhi penerimaan, kita perlu mempertimbangkan elastisitas dari basis pajak (B). Elastisitas pajak mengukur sejauh mana perubahan tarif pajak mempengaruhi basis pajak.

- Elastisitas Pajak:
 - Jika permintaan atau penawaran dari barang atau jasa yang dikenakan pajak sangat elastis

- (sensitif terhadap perubahan harga atau biaya), maka kenaikan tarif pajak dapat mengurangi basis pajak, dan karenanya, mengurangi penerimaan pajak.
- Jika permintaan atau penawaran tidak elastis, kenaikan tarif pajak mungkin masih bisa meningkatkan penerimaan pajak, meskipun tidak seefektif pada titik yang lebih elastis.

Contoh Penerimaan Pajak Maksimum

Misalkan pemerintah mengenakan pajak pada barang konsumsi dengan tarif awal $t=10\%$ dan memperoleh penerimaan pajak sebesar Rp100 juta. Ketika tarif pajak dinaikkan menjadi 20% , penerimaan pajak meningkat menjadi Rp150 juta. Namun, setelah tarif pajak dinaikkan lebih lanjut ke 30% , penerimaan pajak mulai menurun menjadi Rp140 juta.

Ini menunjukkan bahwa pada suatu titik, kenaikan tarif pajak tidak lagi menghasilkan peningkatan penerimaan pajak, dan bahkan bisa menyebabkan penurunan penerimaan. Dalam hal ini, penerimaan pajak maksimum terjadi pada tarif sekitar 20% , di mana penerimaan pajak tercatat sebesar Rp150 juta.

Pentingnya Mengetahui Penerimaan Pajak Maksimum

1. Efisiensi Ekonomi: Mengetahui tarif pajak yang memaksimalkan penerimaan membantu pemerintah untuk menghindari kebijakan pajak yang berlebihan

yang dapat menurunkan insentif untuk berproduksi, bekerja, atau berinvestasi.

2. Perencanaan Kebijakan Fiskal: Penerimaan pajak yang maksimum memungkinkan pemerintah untuk merencanakan kebijakan fiskal yang berkelanjutan, seperti pengeluaran publik dan investasi infrastruktur, tanpa menekan ekonomi secara berlebihan.
3. Keadilan Pajak: Penentuan tarif pajak yang sesuai membantu menciptakan sistem perpajakan yang adil dan tidak membebani masyarakat atau sektor ekonomi tertentu secara tidak proporsional.

Penerimaan pajak maksimum terjadi pada titik tertentu, yang dicapai dengan menetapkan tarif pajak pada level yang optimal. Kurva Laffer menjelaskan hubungan antara tarif pajak dan penerimaan pajak, menunjukkan bahwa ada batasan di mana kenaikan tarif pajak tidak lagi meningkatkan penerimaan pajak dan dapat malah menurunkannya. Oleh karena itu, penting bagi pemerintah untuk mencari tarif pajak yang optimal untuk memaksimalkan penerimaan tanpa merugikan ekonomi.

3. Laba/Profit yang Maksimum

Laba (Profit) adalah selisih antara total penerimaan yang diterima perusahaan dari penjualan barang atau jasa dengan total biaya yang dikeluarkan untuk memproduksi barang atau jasa tersebut. Secara matematis, laba dapat dihitung dengan rumus:

$$\text{Profit (Laba)} = \text{Total Revenue (TR)} - \text{Total Cost (TC)}$$

Di mana:

- Total Revenue (TR): Penerimaan total, yaitu hasil perkalian antara harga per unit (P) dan jumlah unit yang terjual (Q).
- Total Cost (TC): Total biaya, yang mencakup biaya tetap (fixed cost) dan biaya variabel (variable cost) yang tergantung pada jumlah produksi.

Laba maksimum adalah tingkat output atau produksi yang memberikan keuntungan tertinggi bagi perusahaan, baik dalam bentuk peningkatan penjualan atau pengurangan biaya. Untuk menemukan titik laba maksimum, kita menggunakan konsep analisis marginal dalam ekonomi.

Menemukan Laba Maksimum

Untuk menemukan tingkat produksi yang memaksimalkan laba, kita perlu menganalisis pendapatan marginal (MR) dan biaya marginal (MC):

- a. Pendapatan Marginal (Marginal Revenue, MR): Pendapatan marginal adalah tambahan penerimaan yang diperoleh perusahaan ketika menjual satu unit tambahan barang. Fungsi pendapatan marginal adalah turunan pertama dari fungsi total revenue (TR).

$$MR = \frac{d(TR)}{dQ}$$

- b. Biaya Marginal (Marginal Cost, MC): Biaya marginal adalah tambahan biaya yang dikeluarkan perusahaan untuk memproduksi satu unit tambahan barang. Fungsi biaya marginal adalah turunan pertama dari fungsi total cost (TC).

$$MC = \frac{d(TC)}{dQ}$$

- c. Kondisi Laba Maksimum: Untuk memaksimalkan laba, perusahaan harus memproduksi pada titik di mana pendapatan marginal (MR) sama dengan biaya marginal (MC), atau:

$$MR=MC$$

Ketika $MR > MC$, perusahaan dapat meningkatkan laba dengan meningkatkan jumlah produksi. Sebaliknya, ketika $MR < MC$, perusahaan harus mengurangi produksi untuk memaksimalkan laba.

- d. Penerapan: Setelah menemukan titik di mana $MR = MC$, kita dapat menghitung jumlah produk yang harus diproduksi dan harga yang sesuai untuk memaksimalkan laba.

Pentingnya Menemukan Laba Maksimum

1. Pengambilan Keputusan Produksi: Menemukan titik laba maksimum membantu perusahaan dalam menentukan jumlah produksi yang optimal, yaitu

tingkat produksi yang memberikan keuntungan terbesar.

2. Strategi Penetapan Harga: Dengan mengetahui jumlah produksi yang memaksimalkan laba, perusahaan dapat menetapkan harga yang sesuai untuk mencapai keuntungan maksimum, mempertimbangkan faktor permintaan dan biaya.
3. Efisiensi Sumber Daya: Memproduksi pada titik laba maksimum memungkinkan perusahaan untuk mengalokasikan sumber daya secara efisien, menghindari pemborosan dalam biaya produksi atau kehilangan potensi pendapatan.
4. Perencanaan Jangka Panjang: Dengan memahami titik laba maksimum, perusahaan dapat merencanakan strategi pertumbuhan dan investasi, menjaga keberlanjutan laba dalam jangka panjang.

Laba maksimum adalah titik di mana perusahaan memperoleh keuntungan tertinggi dari kegiatan produksinya. Titik ini dicapai ketika pendapatan marginal (MR) sama dengan biaya marginal (MC). Mencari dan memproduksi pada titik laba maksimum sangat penting bagi perusahaan untuk mengoptimalkan penggunaan sumber daya, menetapkan harga yang tepat, dan merencanakan pertumbuhan ekonomi yang berkelanjutan.

4. Biaya Total yang Minimum

Biaya total (Total Cost, TC) adalah jumlah total biaya yang dikeluarkan oleh perusahaan untuk memproduksi sejumlah barang atau jasa tertentu. Biaya

total ini terdiri dari dua komponen utama: biaya tetap (Fixed Cost, FC) dan biaya variabel (Variable Cost, VC).

$$TC=FC+VC$$

- Biaya tetap (FC): Biaya yang tidak berubah seiring dengan perubahan jumlah barang yang diproduksi (misalnya, biaya sewa pabrik, gaji tetap).
- Biaya variabel (VC): Biaya yang berubah seiring dengan jumlah barang yang diproduksi (misalnya, bahan baku, upah buruh per unit produk).

Biaya total yang minimum mengacu pada titik di mana perusahaan meminimalkan total biaya untuk memproduksi jumlah barang atau jasa tertentu. Pada titik ini, perusahaan dapat memproduksi dengan biaya paling efisien, yang penting untuk memaksimalkan keuntungan.

Konsep Biaya Total yang Minimum

Untuk menemukan biaya total yang minimum, kita harus menganalisis biaya marginal (MC), yang menunjukkan perubahan biaya total ketika satu unit tambahan barang diproduksi. Biaya marginal merupakan turunan pertama dari fungsi biaya total (TC) terhadap jumlah produksi (Q):

$$MC = \frac{d(TC)}{dQ}$$

Titik biaya total yang minimum terjadi ketika biaya marginal (MC) sama dengan biaya rata-rata (AC)

(Average Cost), yaitu biaya total per unit barang yang diproduksi.

$$MC=AC$$

Pada titik ini, biaya total per unit produksi (AC) adalah yang terendah, dan perusahaan memproduksi barang atau jasa dengan biaya yang paling efisien.

Contoh Mencari Biaya Total yang Minimum

Misalkan sebuah perusahaan memiliki fungsi biaya total $TC=100+20Q+Q^2$, di mana Q adalah jumlah barang yang diproduksi.

Mencari Fungsi Biaya Marginal (MC):

Turunkan fungsi biaya total ($TC=100+20Q+Q^2$) terhadap Q :

$$MC = \frac{d(100 + 20Q + Q^2)}{dQ} = 20 + 2Q$$

Mencari Fungsi Biaya Rata-Rata (AC):

Biaya rata-rata (AC) adalah biaya total dibagi dengan jumlah barang yang diproduksi:

$$AC = \frac{TC}{Q} = \frac{100 + 20Q + Q^2}{Q} = \frac{100}{Q} + 20 + Q$$

Menemukan Titik di Mana $MC = AC$:

Agar biaya total minimal, kita setarakan MC dengan AC :

$$20 + 2Q = \frac{100}{Q} + 20 + Q$$

Sederhanakan persamaan:

$$2Q = \frac{100}{Q} + Q$$

$$2Q - Q = \frac{100}{Q}$$

$$Q = \frac{100}{Q}$$

$$Q^2 = 100 \Rightarrow Q = 10$$

Jadi, jumlah barang yang harus diproduksi untuk mencapai biaya total yang minimum adalah 10 unit.

Pentingnya Menemukan Biaya Total yang Minimum

1. Efisiensi Biaya: Menemukan titik biaya total yang minimum memungkinkan perusahaan untuk memproduksi barang dengan biaya paling efisien, yang penting untuk menjaga keuntungan dalam jangka panjang.
2. Pengambilan Keputusan Produksi: Mengetahui titik biaya total minimum membantu perusahaan dalam merencanakan jumlah produksi yang optimal dan menghindari pemborosan biaya yang tidak perlu.
3. Strategi Harga dan Penetapan Harga: Dengan mengetahui biaya total yang minimum, perusahaan dapat menentukan harga jual yang lebih kompetitif tanpa merugi, dengan tetap menjaga margin keuntungan.
4. Perencanaan Keuangan dan Investasi: Memahami titik biaya total yang minimum memungkinkan perusahaan merencanakan alokasi sumber daya dan

investasi untuk memperluas produksi dengan biaya yang efisien.

Biaya total yang minimum terjadi pada titik di mana biaya marginal (MC) sama dengan biaya rata-rata (AC), yang menunjukkan jumlah produksi yang paling efisien dalam hal biaya. Pada titik ini, perusahaan meminimalkan biaya total per unit barang yang diproduksi, memungkinkan perusahaan untuk memaksimalkan laba dan bertahan dalam persaingan pasar. Mencari titik biaya total yang minimum adalah langkah penting bagi perusahaan untuk merencanakan produksi dan menetapkan harga dengan cara yang optimal.

5. Biaya Rata-rata yang Minimum

Biaya rata-rata (Average Cost, AC) adalah total biaya yang dikeluarkan oleh perusahaan untuk memproduksi satu unit barang atau jasa. Biaya rata-rata dihitung dengan membagi total biaya (TC) dengan jumlah barang yang diproduksi (Q):

$$AC = \frac{TC}{Q}$$

Biaya rata-rata yang minimum terjadi ketika perusahaan memproduksi pada tingkat output tertentu yang meminimalkan biaya per unit barang. Pada titik ini, perusahaan menghasilkan barang dengan biaya yang paling efisien. Biaya rata-rata yang minimum juga menunjukkan titik di mana perusahaan mencapai skala ekonomi optimal, yaitu menghasilkan barang dengan biaya per unit terendah.

Contoh Mencari Biaya Rata-rata yang Minimum

Misalkan sebuah perusahaan memiliki fungsi biaya total $TC=50+20Q+Q^2$ di mana Q adalah jumlah barang yang diproduksi.

Mencari Fungsi Biaya Rata-rata (AC):

Biaya rata-rata (AC) adalah total biaya dibagi jumlah unit yang diproduksi:

$$AC = \frac{TC}{Q} = \frac{50 + 20Q + Q^2}{Q} = \frac{50}{Q} + 20 + Q$$

Mencari Fungsi Biaya Marginal (MC):

Biaya marginal (MC) adalah turunan pertama dari fungsi biaya total (TC) terhadap Q :

$$MC = \frac{d(50 + 20Q + Q^2)}{dQ} = 20 + 2Q$$

Menemukan Titik di Mana $MC = AC$:

Untuk menemukan titik di mana biaya rata-rata minimum, kita setarakan MC dengan AC:

$$20 + 2Q = \frac{50}{Q} + 20 + Q$$

Sederhanakan persamaan:

$$2Q = \frac{50}{Q} + Q$$

$$2Q - Q = \frac{50}{Q}$$

$$Q = \frac{50}{Q}$$

$$Q^2 = 50 \Rightarrow Q = \sqrt{50} \approx 7.07$$

Jadi, jumlah barang yang harus diproduksi untuk mencapai biaya rata-rata yang minimum adalah sekitar 7 unit.

Pentingnya Menemukan Biaya Rata-rata yang Minimum

1. Efisiensi Produksi: Menemukan titik biaya rata-rata yang minimum memungkinkan perusahaan untuk menghasilkan barang dengan biaya per unit yang terendah. Ini adalah cara untuk mencapai efisiensi maksimal dalam penggunaan sumber daya.
2. Menentukan Skala Produksi Optimal: Biaya rata-rata yang minimum menunjukkan skala produksi optimal, yaitu jumlah barang yang perlu diproduksi untuk meminimalkan biaya per unit. Setelah titik ini, peningkatan produksi tidak lagi menghasilkan efisiensi tambahan dan dapat meningkatkan biaya rata-rata.
3. Perencanaan Harga dan Keuntungan: Mengetahui titik biaya rata-rata yang minimum membantu perusahaan menetapkan harga yang kompetitif dan mengoptimalkan margin keuntungan, memastikan perusahaan tetap dapat menghasilkan laba meskipun dalam kondisi persaingan pasar.
4. Skala Ekonomi: Titik biaya rata-rata yang minimum menunjukkan bahwa perusahaan telah mencapai skala ekonomi optimal, di mana perusahaan dapat menghasilkan barang dalam jumlah besar dengan biaya per unit yang efisien.

Biaya rata-rata yang minimum adalah titik di mana biaya per unit produksi berada pada level terendah. Titik ini terjadi ketika biaya marginal (MC) sama dengan biaya rata-rata (AC). Memahami dan menemukan titik biaya rata-rata yang minimum sangat penting bagi perusahaan untuk mencapai efisiensi biaya, menetapkan harga yang tepat, dan merencanakan skala produksi yang optimal untuk memaksimalkan laba dalam jangka panjang.

6. Penerimaan Total, Penerimaan Marginal, dan Elastisitas Permintaan

Penerimaan Total (Total Revenue, TR)

Penerimaan Total (TR) adalah total pendapatan yang diperoleh oleh perusahaan dari penjualan barang atau jasa. Penerimaan total dihitung dengan mengalikan harga per unit barang yang dijual (P) dengan jumlah barang yang terjual (Q):

$$TR = P \times Q$$

Penerimaan total mencerminkan seberapa banyak uang yang diperoleh perusahaan dari aktivitas penjualan, dan merupakan salah satu faktor penting dalam menentukan laba perusahaan.

- Jika harga per unit (P) meningkat, tetapi jumlah yang terjual menurun (misalnya karena permintaan elastis), penerimaan total dapat berubah.
- Jika harga per unit (P) menurun, tetapi jumlah barang yang terjual meningkat (misalnya karena permintaan inelastis), penerimaan total juga dapat terpengaruh.

Penerimaan Marginal (Marginal Revenue, MR)

Penerimaan Marginal (MR) adalah tambahan penerimaan yang diperoleh oleh perusahaan ketika menjual satu unit tambahan barang. Secara matematis, penerimaan marginal adalah turunan pertama dari fungsi penerimaan total (TR) terhadap jumlah barang yang terjual (Q):

$$MR = \frac{d(TR)}{dQ}$$

Penerimaan marginal memberikan informasi penting mengenai bagaimana perubahan jumlah barang yang dijual memengaruhi total penerimaan. Penerimaan marginal juga menunjukkan efisiensi dari setiap unit tambahan yang dijual.

- Jika penerimaan marginal positif, maka meningkatkan jumlah barang yang dijual akan meningkatkan penerimaan total.
- Jika penerimaan marginal negatif, maka menambah jumlah barang yang dijual justru akan mengurangi penerimaan total.

Elastisitas Permintaan dan Hubungannya dengan Penerimaan Marginal

Elastisitas Permintaan (Price Elasticity of Demand, PED) adalah ukuran sejauh mana perubahan harga suatu barang mempengaruhi jumlah barang yang diminta. Elastisitas permintaan dihitung sebagai:

$$E_d = \frac{\% \Delta Q}{\% \Delta P}$$

Dengan:

- E_d adalah elastisitas permintaan,
- $\% \Delta Q$ adalah persentase perubahan jumlah barang yang diminta,
- $\% \Delta P$ adalah persentase perubahan harga barang.

Elastisitas permintaan dapat dikategorikan sebagai:

- Elastis ($E_d > 1$): Perubahan harga mengarah pada perubahan yang lebih besar dalam jumlah yang diminta.
- Inelastis ($E_d < 1$): Perubahan harga menyebabkan perubahan jumlah yang diminta yang lebih kecil.
- Uniter ($E_d = 1$): Perubahan harga menyebabkan perubahan jumlah yang diminta dalam proporsi yang sama.

Hubungan Antara Elastisitas Permintaan, Penerimaan Total, dan Penerimaan Marginal

Elastisitas permintaan sangat berpengaruh terhadap penerimaan total dan penerimaan marginal. Hubungan antara elastisitas permintaan dan penerimaan marginal dapat dijelaskan sebagai berikut:

1. Ketika Permintaan Elastis ($E_d > 1$):
 - Jika harga diturunkan, jumlah barang yang diminta akan meningkat secara proporsional lebih besar dari penurunan harga, sehingga penerimaan total (TR) akan meningkat.
 - Penerimaan marginal (MR) bersifat positif, karena penurunan harga menyebabkan tambahan penerimaan.
2. Ketika Permintaan Inelastis ($E_d < 1$):

- Jika harga diturunkan, jumlah barang yang diminta akan meningkat, tetapi tidak cukup untuk mengkompensasi penurunan harga. Oleh karena itu, penerimaan total (TR) akan menurun.
 - Penerimaan marginal (MR) bersifat negatif, karena penurunan harga justru menyebabkan pengurangan penerimaan total.
3. Ketika Permintaan Uniter ($E_d = 1$):
- Penurunan harga tidak mempengaruhi penerimaan total karena perubahan harga sebanding dengan perubahan jumlah barang yang diminta.
 - Penerimaan marginal (MR) sama dengan nol pada titik ini, karena perubahan harga tidak mempengaruhi total penerimaan.

Penerimaan total (TR) adalah total pendapatan yang diperoleh dari penjualan barang, sementara penerimaan marginal (MR) menunjukkan tambahan pendapatan yang diperoleh dari penjualan satu unit tambahan. Elastisitas permintaan (E_d) menggambarkan sensitivitas perubahan harga terhadap jumlah barang yang diminta. Hubungan antara ketiganya sangat penting untuk perusahaan dalam menentukan harga yang optimal dan jumlah produksi yang memaksimalkan penerimaan total. Dengan memahami elastisitas permintaan, perusahaan dapat membuat keputusan yang lebih cerdas terkait penetapan harga dan strategi pemasaran.

BAB VII
INTEGRAL

Integral Tak Tentu

1. Pengertian Integral Tak Tentu

Integral tak tentu adalah suatu konsep dalam kalkulus yang digunakan untuk menemukan fungsi asli (antiderivatif) dari suatu fungsi. Integral tak tentu tidak memiliki batasan tertentu dalam perhitungan, sehingga hasilnya berupa sebuah keluarga fungsi yang memiliki konstanta sembarang. Dalam istilah yang lebih sederhana, integral tak tentu digunakan untuk menemukan fungsi yang turunannya adalah fungsi yang diberikan.

Secara umum, integral tak tentu dari sebuah fungsi $f(x)$ terhadap variabel x dilambangkan dengan:

$$\int f(x) dx$$

Di mana:

- \int adalah simbol integral,
- $f(x)$ adalah fungsi yang akan diintegrasikan (fungsi yang ingin dicari antiderivatifnya),
- dx menunjukkan bahwa variabel yang digunakan dalam proses integrasi adalah x .

Hasil dari integral tak tentu ini adalah sebuah fungsi $F(x)$, yang turunannya adalah $f(x)$, ditambah dengan konstanta integrasi C (karena integral tak tentu tidak memiliki batasan tertentu dan ada banyak fungsi yang memiliki turunan yang sama, yang hanya berbeda dalam konstanta).

Jadi, integral tak tentu dapat ditulis sebagai:

$$\int f(x) dx = F(x) + C$$

Di mana:

- $F(x)$ adalah antiderivatif dari $f(x)$,
- C adalah konstanta integrasi, yang menunjukkan bahwa ada banyak fungsi yang turunannya sama, hanya berbeda pada konstanta.

Penjelasan Konsep Integral Tak Tentu:

- **Antiderivatif:**
Integral tak tentu bertujuan untuk menemukan antiderivatif dari suatu fungsi. Antiderivatif adalah fungsi yang jika diturunkan akan menghasilkan fungsi yang diberikan.
- **Konstanta Integrasi (C):** Karena proses integrasi menghilangkan informasi tentang nilai awal atau titik tertentu pada fungsi, maka hasil integral tak tentu selalu mencakup sebuah konstanta integrasi C . Ini menunjukkan bahwa terdapat banyak fungsi yang memiliki turunan yang sama, tetapi mungkin berbeda pada konstanta.
- **Tanpa Batasan:** Integral tak tentu berbeda dengan integral tertentu, yang memiliki batasan atas dan bawah. Integral tak tentu hanya memberikan keluarga fungsi sebagai hasilnya, tanpa mengetahui area atau nilai spesifik.

Integral tak tentu adalah proses matematika untuk menemukan fungsi asli atau antiderivatif dari suatu fungsi. Hasil dari integral tak tentu adalah fungsi yang, ketika diturunkan, akan menghasilkan fungsi yang diberikan, ditambah dengan konstanta integrasi C .

Integral tak tentu digunakan untuk banyak aplikasi dalam matematika, fisika, dan berbagai bidang lainnya.

2. Kaidah Dasar Integral

Kaidah dasar integral adalah aturan atau rumus yang digunakan untuk menghitung integral dari berbagai fungsi. Kaidah ini memberikan cara untuk menemukan integral tak tentu dari fungsi-fungsi yang sering ditemui dalam kalkulus. Berikut adalah beberapa kaidah dasar yang sering digunakan dalam integral tak tentu:

Kaidah Integral dari Konstanta

Jika c adalah konstanta, maka integral dari konstanta c terhadap variabel x adalah:

$$\int c \, dx = c \cdot x + C$$

Di mana C adalah konstanta integrasi.

Kaidah Integral dari x^n (dengan $n \neq -1$)

Jika $f(x) = x^n$ dengan $n \neq -1$, maka integral dari x^n terhadap x adalah:

$$\int x^n \, dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$$

Kaidah ini berlaku untuk semua nilai n kecuali $n = -1$, karena integral x^{-1} adalah kasus khusus yang menggunakan logaritma.

Kaidah Integral dari Fungsi Eksponensial

Jika $f(x) = e^x$, maka integral dari e^x terhadap x adalah:

$$\int e^x \, dx = e^x + C$$

Kaidah ini berlaku karena turunan dari e^x adalah e^x , sehingga integralnya juga e^x .

Kaidah dasar integral adalah rumus atau aturan yang digunakan untuk menghitung integral tak tentu

dari berbagai fungsi yang sering muncul dalam kalkulus. Kaidah ini mencakup integral dari konstanta, fungsi polinomial, fungsi eksponensial, fungsi trigonometri, fungsi logaritma, serta teknik-teknik khusus seperti substitusi dan integrasi per bagian. Dengan memahami dan menerapkan kaidah-kaidah dasar ini, kita dapat menghitung integral dari berbagai fungsi dan menyelesaikan masalah yang melibatkan kalkulus integral.

3. Sifat-sifat Integral

Integral adalah konsep dasar dalam kalkulus yang digunakan untuk menghitung luas di bawah kurva atau menemukan antiderivatif dari suatu fungsi. Ada berbagai sifat dasar yang sangat membantu dalam perhitungan integral, terutama integral tak tentu. Sifat-sifat ini memungkinkan kita untuk memecah integral yang kompleks menjadi bentuk yang lebih sederhana dan lebih mudah dihitung. Berikut ini adalah penjelasan mengenai beberapa sifat dasar integral:

Sifat Linearitas Integral

Integral memiliki sifat linearitas yang sangat penting dalam kalkulus. Sifat ini menyatakan bahwa integral dari penjumlahan dua fungsi dapat dipisahkan menjadi integral masing-masing fungsi. Selain itu, integral dari perkalian fungsi dengan konstanta juga dapat disederhanakan.

Sifat Integral dari Fungsi Konstanta

Integral dari suatu fungsi konstanta, yaitu fungsi yang tidak tergantung pada variabel x , dapat dihitung

dengan cara mengalikan konstanta tersebut dengan variabel integrasi.

Sifat Integral dari Fungsi Pangkat

Salah satu jenis fungsi yang sering diintegrasikan adalah fungsi pangkat, yaitu fungsi berbentuk x^n , dengan $n \neq -1$.

Sifat Integral dari Fungsi Eksponensial

Sifat integral dari fungsi eksponensial juga cukup sederhana. Integral dari fungsi eksponensial e^x adalah dirinya sendiri.

Sifat Integral dari Fungsi Trigonometri

Integral dari berbagai fungsi trigonometri juga memiliki pola yang sederhana dan dapat dihitung dengan mudah menggunakan sifat-sifat integral yang ada.

Sifat Penggantian Variabel (Substitusi)

Salah satu metode yang sering digunakan dalam menghitung integral adalah metode **substitusi**. Metode ini digunakan ketika kita memiliki fungsi yang kompleks dan dapat disederhanakan dengan mengganti variabel.

Sifat Konstanta pada Batas Integrasi

Ada sifat yang sangat sederhana namun berguna dalam kalkulus yang menyatakan bahwa jika batas bawah dan batas atas dari integral adalah sama

Sifat-sifat integral ini memberikan fondasi yang kuat untuk menghitung integral dari berbagai jenis fungsi. Dengan memahami sifat-sifat ini, kita dapat menyelesaikan integral tak tentu dan integral tertentu dengan lebih mudah dan efisien. Sifat-sifat ini juga memungkinkan kita untuk menyederhanakan

perhitungan yang rumit, seperti dalam hal integrasi fungsi trigonometri, eksponensial, atau dengan menggunakan metode substitusi. Dengan memanfaatkan sifat-sifat ini, kalkulus menjadi alat yang sangat kuat dalam memecahkan masalah matematika yang melibatkan perubahan dan area.

4. Metode Integral

Dalam kalkulus, terdapat berbagai metode yang digunakan untuk menyelesaikan integral, terutama integral tak tentu dan integral tertentu. Setiap metode memiliki cara dan strategi tersendiri yang memungkinkan kita untuk mengintegrasikan berbagai jenis fungsi. Berikut adalah beberapa metode integral yang sering digunakan:

Integral Tertentu

Pengertian Integral Tertentu

Berikut adalah pengertian integral tertentu menurut beberapa ahli:

1. Howard Anton (2010) Dalam bukunya *Calculus: Early Transcendentals*, Howard Anton menyatakan bahwa integral tertentu adalah proses matematika untuk menghitung luas di bawah kurva fungsi $f(x)$ pada interval tertentu $[a, b]$. Ini didefinisikan sebagai batas dari jumlah Riemann ketika jumlah subinterval menuju tak berhingga.
2. James Stewart (2015) Dalam bukunya *Calculus: Concepts and Contexts*, James Stewart menyebutkan bahwa integral tertentu adalah suatu konsep dalam kalkulus yang digunakan untuk menghitung

akumulasi nilai (seperti luas, volume, atau panjang) dari suatu fungsi pada interval tertentu. Hasilnya berupa nilai numerik yang bergantung pada fungsi dan batas integral.

3. Purcell and Varberg (2007) Dalam buku *Calculus with Applications*, integral tertentu adalah suatu operasi matematika yang menghasilkan nilai yang menggambarkan luas area terdefinisi di bawah suatu kurva fungsi kontinu pada interval tertutup tertentu $[a,b]$.
4. Thomas dan Finney (2005) Dalam buku *Calculus and Analytic Geometry*, integral tertentu dijelaskan sebagai alat untuk menentukan total nilai akumulatif suatu fungsi pada interval tertentu, yang dihitung berdasarkan limit jumlah area dari partisi interval tersebut.

Kesimpulannya, para ahli sepakat bahwa integral tertentu adalah proses menghitung akumulasi suatu nilai pada interval tertentu, sering digunakan untuk menghitung luas, volume, atau perubahan fungsi yang kontinu.

Sifat-sifat Integral Tertentu

Sifat-sifat Integral Tertentu adalah aturan-aturan yang menjelaskan bagaimana operasi integral tertentu bekerja dalam berbagai kondisi. Sifat-sifat ini mempermudah perhitungan integral dengan memberikan panduan dan cara untuk menyederhanakan atau memanipulasi integral tertentu.

Penjelasan Sifat-sifat Integral Tertentu

1. Linearitas

Sifat linearitas menyatakan bahwa integral bersifat aditif dan dapat didistribusikan terhadap penjumlahan atau pengurangan fungsi. Misalnya, jika kita memiliki dua fungsi $f(x)$ dan $g(x)$, serta konstanta c dan d , maka integral dari kombinasi linier fungsi-fungsi ini dapat dihitung sebagai jumlah atau selisih integral masing-masing fungsi. Hal ini berguna dalam menghitung integral fungsi yang kompleks.

2. Batas yang Sama

Jika batas bawah dan batas atas dari integral tertentu sama, maka nilai integral adalah nol. Hal ini intuitif karena tidak ada "luas" yang dihitung di antara dua batas yang sama.

3. Pertukaran Batas

Ketika batas bawah dan batas atas saling ditukar, tanda dari hasil integral berubah. Ini karena arah perhitungan area di bawah kurva dibalik, yang secara matematis mengubah tanda hasil.

4. Adisi Interval

Jika integral dihitung pada dua interval yang berurutan, maka nilai integral total dapat dihitung dengan menjumlahkan hasil integral pada masing-masing interval. Ini menunjukkan sifat bahwa integral tertentu dapat "dipecah" menjadi bagian-bagian lebih kecil.

5. Dominasi

Jika suatu fungsi $f(x)$ bernilai positif di sepanjang intervalnya, maka nilai integralnya juga pasti positif.

Sifat ini relevan untuk menghitung luas atau kuantitas lain yang secara fisik tidak dapat bernilai negatif.

6. Perbandingan

Ketika dua fungsi memiliki hubungan tertentu di sepanjang interval, hasil integralnya akan mencerminkan hubungan tersebut. Jika $f(x) \leq g(x)$, maka integral $f(x)$ tidak akan melebihi integral $g(x)$.

7. Integral Konstan

Jika fungsi yang diintegrasikan adalah suatu konstanta, maka hasil integralnya adalah konstanta tersebut dikalikan dengan panjang interval. Sifat ini menggambarkan bagaimana fungsi konstan berkontribusi terhadap "luas".

8. Perkalian dengan Konstanta

Sebuah konstanta dapat dikeluarkan dari tanda integral untuk menyederhanakan perhitungan. Sifat ini membantu ketika fungsi yang diintegrasikan memiliki faktor tetap di seluruh interval.

9. Hubungan dengan Turunan

Integral tertentu memiliki hubungan mendalam dengan turunan, sebagaimana dinyatakan dalam *Teorema Fundamental Kalkulus*. Integral tertentu dari suatu fungsi adalah perbedaan nilai anti-turunan fungsi tersebut pada batas atas dan bawahnya. Sifat ini menjadi dasar utama dalam perhitungan integral.

Sifat-sifat integral tertentu memberikan dasar yang kuat untuk memahami bagaimana integral bekerja dan

bagaimana mereka dapat dimanfaatkan dalam berbagai situasi. Pemahaman sifat-sifat ini sangat penting untuk menyelesaikan masalah matematika yang melibatkan luas, volume, atau perubahan yang terakumulasi dalam suatu sistem.

Fungsi Penerimaan Total

Fungsi Penerimaan Total (Total Revenue Function) adalah konsep dalam ekonomi yang menggambarkan total pendapatan yang diperoleh suatu perusahaan dari penjualan barang atau jasa dalam periode tertentu. Penerimaan total dihitung sebagai hasil kali antara jumlah barang atau jasa yang terjual (kuantitas, Q) dan harga per unit barang atau jasa tersebut (P).

Secara matematis, fungsi penerimaan total dinyatakan sebagai:

$$TR=P \times Q$$

Di mana:

- TR adalah penerimaan total (Total Revenue).
- P adalah harga per unit barang atau jasa.
- Q adalah kuantitas barang atau jasa yang terjual.

Fungsi penerimaan total sangat penting dalam analisis ekonomi perusahaan, karena memberikan gambaran tentang bagaimana pendapatan perusahaan berubah sesuai dengan perubahan harga atau jumlah barang yang dijual. Fungsi ini dapat membantu perusahaan menentukan strategi penetapan harga, target produksi, dan memaksimalkan laba.

1. Hubungan dengan Harga dan Kuantitas

Penerimaan total sangat bergantung pada elastisitas harga permintaan. Ketika harga suatu barang meningkat, penerimaan total dapat naik, turun, atau tetap, tergantung pada seberapa sensitif

konsumen terhadap perubahan harga (elastisitas permintaan).

- Jika permintaan inelastis, peningkatan harga biasanya meningkatkan penerimaan total.
- Jika permintaan elastis, peningkatan harga cenderung mengurangi penerimaan total.

2. Grafik Fungsi Penerimaan Total

Dalam grafik, penerimaan total biasanya berbentuk kurva parabola jika ada hubungan non-linier antara harga dan kuantitas. Pada awalnya, penerimaan total meningkat seiring dengan bertambahnya kuantitas yang dijual, tetapi setelah mencapai titik maksimum, penerimaan total mulai menurun karena pengaruh elastisitas.

3. Aplikasi dalam Keputusan Bisnis

Perusahaan menggunakan fungsi penerimaan total untuk memahami titik di mana pendapatan dapat dimaksimalkan. Titik maksimum pada grafik penerimaan total menunjukkan kombinasi harga dan kuantitas yang memberikan pendapatan tertinggi. Analisis ini sering digunakan untuk membuat keputusan terkait:

- Penetapan harga barang atau jasa.
- Menentukan jumlah produksi optimal.
- Evaluasi dampak diskon atau promosi pada pendapatan.

4. Hubungan dengan Fungsi Laba

Fungsi penerimaan total berhubungan langsung dengan laba perusahaan. Laba dihitung

dengan mengurangkan total biaya (TC) dari penerimaan total (TR):

$$\text{Laba} = \text{TR} - \text{TC}$$

Dengan memahami penerimaan total, perusahaan dapat mengevaluasi bagaimana strategi pemasaran atau perubahan harga memengaruhi profitabilitas.

Fungsi penerimaan total adalah alat analisis penting dalam ekonomi yang membantu perusahaan memahami hubungan antara harga, kuantitas, dan pendapatan. Dengan mengoptimalkan fungsi ini, perusahaan dapat meningkatkan efisiensi operasional, meningkatkan pendapatan, dan mencapai tujuan keuangan mereka.

Fungsi Biaya Total

Fungsi Biaya Total (Total Cost Function) adalah konsep dalam ekonomi yang menggambarkan total biaya yang harus dikeluarkan oleh suatu perusahaan untuk memproduksi sejumlah barang atau jasa tertentu. Biaya total mencakup semua pengeluaran yang diperlukan dalam proses produksi, termasuk biaya tetap dan biaya variabel.

Secara matematis, fungsi biaya total dapat dinyatakan sebagai:

$$\text{TC} = \text{FC} + \text{VC}(\text{Q})$$

Di mana:

- TC adalah total biaya (Total Cost).
- FC adalah biaya tetap (Fixed Cost), yaitu biaya yang tidak berubah dengan jumlah barang yang diproduksi (misalnya sewa gedung, gaji manajer).

- $VC(Q)$ adalah biaya variabel (Variable Cost), yaitu biaya yang bergantung pada jumlah barang yang diproduksi (Q , kuantitas barang).

Fungsi biaya total membantu perusahaan memahami pengeluaran yang diperlukan untuk memproduksi barang atau jasa. Fungsi ini memengaruhi banyak keputusan bisnis, termasuk penentuan harga, jumlah produksi optimal, dan strategi pengelolaan sumber daya.

1. Komponen Biaya Total

- Biaya Tetap (FC):

Ini adalah biaya yang tidak berubah meskipun jumlah barang yang diproduksi meningkat atau menurun. Contohnya adalah sewa gedung, pajak properti, atau biaya peralatan tetap.

- Biaya Variabel (VC):

Biaya variabel berubah seiring dengan perubahan jumlah produksi. Contohnya adalah biaya bahan baku, tenaga kerja langsung, dan utilitas yang digunakan dalam produksi.

2. Hubungan Biaya Total dengan Produksi

- Ketika perusahaan tidak memproduksi apa pun ($Q=0$), total biaya sama dengan biaya tetap ($TC=FC$).
- Saat produksi meningkat, biaya total bertambah karena adanya biaya variabel tambahan. Namun, kenaikan ini bisa berbeda tergantung pada efisiensi produksi.

3. Bentuk Fungsi Biaya Total

Fungsi biaya total biasanya berbentuk kurva non-linier. Pada awal produksi, biaya total cenderung meningkat secara lambat karena perusahaan memanfaatkan efisiensi skala. Namun, setelah melewati tingkat produksi tertentu, biaya total dapat meningkat lebih cepat karena munculnya diseconomies of scale (penurunan efisiensi).

4. Aplikasi dalam Pengambilan Keputusan

Perusahaan menggunakan fungsi biaya total untuk:

- Menentukan biaya rata-rata (Average Cost, AC) dan biaya marginal (Marginal Cost, MC).
- Menentukan jumlah produksi yang meminimalkan biaya per unit.
- Menghitung titik impas (break-even point), yaitu jumlah produksi yang menghasilkan pendapatan cukup untuk menutupi biaya total.
- Mengevaluasi apakah skala produksi saat ini menguntungkan atau perlu disesuaikan.

5. Hubungan dengan Fungsi Laba

Fungsi biaya total berkaitan erat dengan laba perusahaan. Dengan mengetahui biaya total, perusahaan dapat menghitung laba sebagai selisih antara penerimaan total (TR) dan biaya total (TC):

$$\text{Laba} = \text{TR} - \text{TC}$$

Pemahaman ini membantu perusahaan mengidentifikasi strategi yang dapat memaksimalkan laba dengan mengelola biaya secara efisien. Fungsi biaya total

adalah alat analisis penting dalam ekonomi dan manajemen bisnis. Dengan memahami dan mengelola biaya tetap serta biaya variabel, perusahaan dapat meningkatkan efisiensi operasional, mengoptimalkan produksi, dan memaksimalkan profitabilitas. Fungsi ini menjadi dasar dalam perencanaan anggaran, penetapan harga, dan evaluasi kinerja perusahaan.

Fungsi Konsumsi

Fungsi Konsumsi (Consumption Function) adalah konsep dalam ekonomi yang menggambarkan hubungan antara tingkat konsumsi masyarakat dan pendapatan disposabel mereka (pendapatan setelah pajak). Fungsi konsumsi membantu menjelaskan bagaimana rumah tangga mengalokasikan pendapatan untuk konsumsi barang dan jasa, serta bagaimana konsumsi berkontribusi terhadap aktivitas ekonomi secara keseluruhan.

1. Definisi Matematis

Fungsi konsumsi sering dinyatakan dalam bentuk persamaan linear:

$$C = a + bY_d$$

Di mana:

- C adalah konsumsi total.
- a adalah konsumsi otonom, yaitu konsumsi yang tetap dilakukan meskipun pendapatan nol (misalnya, dengan memanfaatkan tabungan atau utang).
- b adalah marginal propensity to consume (MPC), yaitu proporsi tambahan pendapatan yang digunakan untuk konsumsi.

- Y_d adalah pendapatan disposabel, yaitu pendapatan setelah pajak.

2. **Konsumsi Otonom (a)**

Konsumsi otonom mencerminkan kebutuhan dasar yang harus dipenuhi bahkan ketika pendapatan individu nol. Contohnya adalah kebutuhan makanan, tempat tinggal, dan pakaian. Konsumsi ini sering dibiayai oleh tabungan, pinjaman, atau bantuan sosial.

3. **Marginal Propensity to Consume (MPC)**

MPC menunjukkan seberapa besar bagian dari pendapatan tambahan yang akan dibelanjakan untuk konsumsi. Nilainya berkisar antara 0 hingga 1:

- Jika $MPC=0.8$, artinya 80% dari pendapatan tambahan digunakan untuk konsumsi.
- Semakin tinggi MPC, semakin besar kontribusi konsumsi terhadap perekonomian.

4. **Pendapatan Disposabel (Y_d)**

Pendapatan disposabel adalah pendapatan yang tersedia untuk digunakan setelah membayar pajak. Konsumsi sangat bergantung pada tingkat pendapatan ini. Ketika pendapatan disposabel meningkat, konsumsi juga cenderung meningkat, tetapi tidak selalu dalam proporsi yang sama.

Karakteristik Fungsi Konsumsi

1. Hubungan Positif dengan Pendapatan

Konsumsi meningkat seiring dengan meningkatnya pendapatan, tetapi peningkatannya tidak selalu linier. Ketika pendapatan meningkat

lebih tinggi, sebagian besar pendapatan tambahan mungkin disimpan daripada dikonsumsi.

2. Peran Konsumsi dalam Perekonomian

Konsumsi adalah komponen utama dalam Produk Domestik Bruto (PDB) karena mencerminkan permintaan barang dan jasa. Tingkat konsumsi yang tinggi biasanya menjadi indikator perekonomian yang sehat.

3. Faktor Non-Pendapatan

Selain pendapatan, konsumsi juga dipengaruhi oleh:

- Harapan masa depan (optimisme atau pesimisme ekonomi).
- Tingkat suku bunga (yang memengaruhi keputusan untuk menabung atau meminjam).
- Ketersediaan kredit.
- Kebijakan pemerintah, seperti subsidi atau pajak.

Aplikasi dalam Ekonomi

1. Analisis Kebijakan Ekonomi

Fungsi konsumsi digunakan untuk mengevaluasi dampak kebijakan fiskal, seperti pengurangan pajak, terhadap tingkat konsumsi masyarakat. Peningkatan konsumsi dapat mendorong pertumbuhan ekonomi melalui efek multiplier.

2. Prediksi Pola Konsumsi

Dengan fungsi konsumsi, ekonom dapat memprediksi bagaimana perubahan pendapatan

memengaruhi pola pengeluaran rumah tangga, yang membantu perencanaan ekonomi.

3. Perencanaan Bisnis

Perusahaan menggunakan fungsi konsumsi untuk memahami perilaku konsumen dan menentukan strategi pemasaran serta penawaran produk.

Fungsi konsumsi adalah alat analisis penting dalam ekonomi yang menggambarkan hubungan antara pendapatan disposabel dan tingkat konsumsi. Fungsi ini membantu menjelaskan pola pengeluaran rumah tangga, pengaruh kebijakan ekonomi, dan dinamika pertumbuhan ekonomi. Pemahaman tentang fungsi konsumsi sangat relevan bagi pembuat kebijakan, ekonom, dan pelaku bisnis dalam mengelola perekonomian secara efektif.

Fungsi Tabungan

Fungsi Tabungan (Saving Function) adalah konsep dalam ekonomi yang menggambarkan hubungan antara tingkat tabungan dan pendapatan disposabel masyarakat. Tabungan mencerminkan bagian dari pendapatan yang tidak digunakan untuk konsumsi. Fungsi ini penting karena menunjukkan bagaimana rumah tangga mengelola pendapatannya untuk memenuhi kebutuhan masa depan atau mengantisipasi ketidakpastian ekonomi.

1. Definisi Matematis

\ Fungsi tabungan biasanya dinyatakan dalam bentuk persamaan:

$$S = -a + (1-b)Y_d$$

Di mana:

- S adalah tabungan total.
 - $-a$ adalah tabungan otonom, yaitu nilai tabungan ketika pendapatan nol. Ini bisa negatif, karena rumah tangga mungkin harus meminjam atau mengurangi tabungan untuk memenuhi kebutuhan.
 - b adalah marginal propensity to consume (MPC), yaitu proporsi pendapatan yang digunakan untuk konsumsi.
 - $1-b$ adalah marginal propensity to save (MPS), yaitu proporsi pendapatan tambahan yang disimpan.
 - Y_d adalah pendapatan disposabel (pendapatan setelah pajak).
2. Tabungan Otonom ($-a$) Ketika pendapatan disposabel nol, tabungan biasanya bernilai negatif karena individu atau rumah tangga harus menggunakan tabungan sebelumnya atau meminjam untuk memenuhi kebutuhan dasar. Ini menggambarkan ketergantungan pada sumber daya non-pendapatan.
 3. Marginal Propensity to Save (MPS) MPS menunjukkan seberapa besar bagian dari pendapatan tambahan yang disimpan. Nilainya berkisar antara 0 hingga 1:
 - Jika $MPS=0.2$, artinya 20% dari pendapatan tambahan akan disimpan, sedangkan 80% akan dikonsumsi.
 - Semakin tinggi MPS, semakin besar porsi pendapatan yang disisihkan untuk masa depan.
 - Pendapatan Disposabel (Y_d) Pendapatan disposabel adalah pendapatan yang tersedia setelah membayar pajak. Semakin tinggi pendapatan disposabel,

semakin besar peluang untuk meningkatkan tabungan, terutama jika kebutuhan dasar sudah terpenuhi.

Faktor yang Mempengaruhi Tabungan

1. Tingkat Pendapatan

Pendapatan adalah faktor utama yang menentukan jumlah tabungan. Pendapatan yang lebih tinggi memungkinkan rumah tangga menyimpan lebih banyak setelah kebutuhan konsumsi terpenuhi.

2. Kebiasaan dan Preferensi Beberapa rumah tangga lebih memilih menabung

daripada mengonsumsi, tergantung pada pola pikir, budaya, dan kebiasaan ekonomi.

3. Kebijakan Pemerintah

Insentif seperti pengurangan pajak untuk tabungan atau suku bunga yang lebih tinggi dapat mendorong rumah tangga untuk menabung lebih banyak.

4. Harapan Masa Depan

Jika rumah tangga mengantisipasi ketidakpastian ekonomi, mereka cenderung meningkatkan tabungan untuk mengamankan stabilitas keuangan di masa depan.

Aplikasi dalam Ekonomi

1. Hubungan dengan Fungsi Konsumsi

Fungsi tabungan saling melengkapi dengan fungsi konsumsi. Secara matematis, jumlah konsumsi (C) dan tabungan (S) adalah sama dengan pendapatan disposabel (Y_d):

$$Y_d = C + S$$

2. Perencanaan Ekonomi

Fungsi tabungan digunakan oleh pemerintah dan ekonom untuk memahami pola pengeluaran masyarakat, merancang kebijakan ekonomi, serta mendorong stabilitas dan pertumbuhan ekonomi.

3. Investasi dan Pertumbuhan Ekonomi

Tabungan memainkan peran penting dalam menyediakan dana untuk investasi. Tabungan masyarakat sering disalurkan melalui bank dan pasar modal untuk mendukung pembangunan ekonomi.

Fungsi tabungan menggambarkan perilaku rumah tangga dalam mengelola pendapatannya, terutama mengenai bagaimana pendapatan dialokasikan untuk konsumsi dan tabungan. Fungsi ini penting untuk memahami dinamika ekonomi individu dan masyarakat, serta menjadi dasar dalam pengambilan keputusan ekonomi di tingkat mikro dan makro. Tabungan tidak hanya menjadi penyangga di masa sulit, tetapi juga sumber utama untuk mendukung investasi dan pembangunan ekonomi jangka panjang.

Konsumen Surplus

Konsumen surplus (consumer surplus) adalah konsep dalam ekonomi yang menggambarkan keuntungan atau manfaat ekstra yang diperoleh konsumen karena mereka bersedia membayar lebih untuk suatu barang atau jasa

dibandingkan dengan harga pasar yang sebenarnya mereka bayar. Konsumen surplus mencerminkan perbedaan antara nilai maksimum yang bersedia dibayar konsumen dan harga yang mereka bayarkan. Secara matematis, konsumen surplus dapat dihitung sebagai area di bawah kurva permintaan (yang mencerminkan kesediaan untuk membayar) dan di atas harga pasar pada jumlah barang yang dikonsumsi.

Ilustrasi Konsep

Misalkan Anda bersedia membayar Rp50.000 untuk secangkir kopi favorit, tetapi harga pasar secangkir kopi hanya Rp30.000. Maka, konsumen surplus Anda adalah:

Konsumen Surplus = Kesediaan Membayar - Harga yang Dibayar = Rp50.000 - Rp30.000 = Rp20.000

Dalam skala pasar, konsumen surplus dihitung sebagai total manfaat ekstra yang diperoleh semua konsumen dari pembelian barang tersebut.

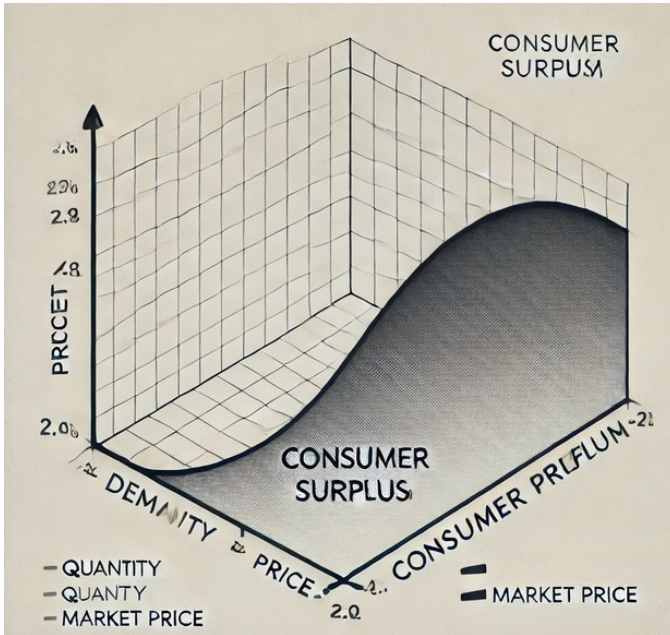
Kurva Permintaan dan Konsumen Surplus

Pada grafik permintaan dan penawaran:

- Kurva Permintaan mencerminkan kesediaan konsumen untuk membayar pada berbagai tingkat kuantitas.
- Harga Pasar adalah garis horizontal yang menunjukkan harga barang di pasar.

Konsumen surplus adalah area segitiga yang:

- Batas atasnya adalah kurva permintaan.
- Batas bawahnya adalah garis harga pasar.
- Lebarnya adalah jumlah barang yang dibeli.



Gambar 1. Konsumen Surplus

Faktor-Faktor yang Mempengaruhi Konsumen Surplus

1. Harga Pasar

Semakin rendah harga pasar dibandingkan dengan kesediaan konsumen untuk membayar, semakin besar konsumen surplus. Sebaliknya, kenaikan harga pasar akan mengurangi konsumen surplus.

2. Kesediaan Membayar

Konsumen surplus lebih besar ketika konsumen sangat menghargai barang atau jasa tertentu, sehingga mereka bersedia membayar jauh lebih tinggi dibanding harga pasar.

3. Elastisitas Permintaan

- Jika permintaan inelastis, perubahan harga tidak banyak memengaruhi jumlah barang yang dibeli, sehingga konsumen surplus lebih stabil.
- Jika permintaan elastis, perubahan harga dapat signifikan memengaruhi konsumen surplus.

Aplikasi dalam Ekonomi

1. Pengambilan Kebijakan

Konsumen surplus digunakan untuk mengevaluasi dampak kebijakan pemerintah, seperti pajak atau subsidi, terhadap kesejahteraan konsumen.

2. Analisis Pasar

Produsen dan penjual dapat memahami konsumen surplus untuk menetapkan harga dan strategi pemasaran yang optimal.

3. Efisiensi Pasar

Dalam pasar yang kompetitif, konsumen surplus adalah indikator efisiensi. Jika harga pasar mendekati keseimbangan, konsumen surplus cenderung maksimal.

Contoh Praktis

Jika pemerintah memberikan subsidi pada suatu barang, harga barang tersebut akan turun. Penurunan harga ini meningkatkan konsumen surplus karena lebih banyak konsumen yang dapat membeli barang tersebut, dan mereka membayar lebih rendah daripada kesediaan mereka untuk membayar.

Produsen Surplus

Produsen surplus (producer surplus) adalah konsep ekonomi yang menggambarkan keuntungan atau manfaat yang diperoleh produsen karena mereka dapat menjual barang atau jasa pada harga yang lebih tinggi dari harga minimum yang mereka bersedia terima untuk memproduksi barang tersebut. Produsen surplus menunjukkan perbedaan antara harga yang diterima produsen dan biaya yang mereka keluarkan untuk memproduksi barang.

Ilustrasi Konsep Produsen Surplus

1. Harga Minimum yang Diterima Produsen

Harga minimum yang diterima produsen adalah harga terendah yang bersedia diterima oleh produsen untuk menjual barang atau jasa. Ini biasanya mencakup biaya produksi dan keuntungan yang minimal.

2. Harga Pasar

Harga pasar adalah harga yang berlaku di pasar, yang ditentukan oleh interaksi antara penawaran dan permintaan. Produsen seringkali menerima harga ini atau lebih tinggi untuk barang yang mereka jual.

3. Produsen Surplus

Produsen surplus adalah area di atas kurva penawaran dan di bawah harga pasar yang diterima. Ini menggambarkan keuntungan yang diperoleh produsen karena harga pasar lebih tinggi dari harga minimum yang mereka terima.

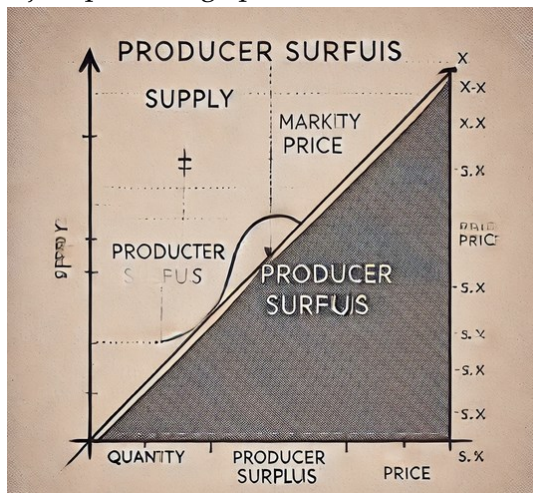
Kurva Penawaran dan Produsen Surplus

Pada grafik penawaran dan permintaan:

- Kurva Penawaran (Supply Curve) menunjukkan harga minimum yang diterima produsen pada berbagai tingkat kuantitas. Kurva ini biasanya miring ke atas dari kiri ke kanan, karena semakin tinggi harga, semakin banyak barang yang akan diproduksi dan dijual.
- Harga Pasar (Market Price) adalah garis horizontal yang menunjukkan harga barang di pasar.

Produsen surplus adalah area segitiga yang:

- Batas bawahnya adalah kurva penawaran (yang mencerminkan biaya produksi).
- Batas atasnya adalah garis harga pasar yang diterima produsen.
- Lebarinya adalah jumlah barang yang diproduksi dan dijual pada harga pasar.



Gambar 1. Produsen Surplus

Faktor-Faktor yang Mempengaruhi Produsen Surplus

1. Harga Pasar

Semakin tinggi harga pasar, semakin besar produsen surplus. Ini karena produsen menerima lebih banyak daripada biaya minimum yang mereka perlukan untuk memproduksi barang.

2. Biaya Produksi

Jika biaya produksi turun (misalnya karena efisiensi yang lebih tinggi atau penurunan harga input), produsen surplus akan meningkat karena produsen dapat menghasilkan barang dengan biaya yang lebih rendah dan menerima harga pasar yang sama.

3. Kuantitas yang Diproduksi

Produsen surplus bergantung pada jumlah barang yang diproduksi dan dijual. Semakin banyak barang yang diproduksi, semakin besar produsen surplus, asalkan harga pasar lebih tinggi dari biaya produksinya.

Aplikasi dalam Ekonomi

1. Analisis Kebijakan Pemerintah

Produsen surplus digunakan untuk mengevaluasi dampak kebijakan pemerintah, seperti pemberian subsidi atau pengenaan pajak, terhadap produsen dan kesejahteraan produsen.

2. Efisiensi Pasar

Dalam pasar yang kompetitif, produsen surplus adalah indikator efisiensi. Semakin besar

produsen surplus, semakin efisien pasar dalam memfasilitasi perdagangan dan alokasi sumber daya.

3. Pengaruh Harga Pasar

Produsen surplus membantu memahami dampak perubahan harga pasar terhadap produsen, serta memberikan gambaran tentang bagaimana produsen merespons perubahan harga dalam pasar.

Contoh Praktis Produsen Surplus

Misalkan produsen memproduksi barang dengan biaya produksi sebesar Rp50.000 per unit, dan harga pasar barang tersebut adalah Rp70.000 per unit. Maka, produsen surplus per unit adalah:

$$\text{Produsen Surplus} = \text{Harga Pasar} - \text{Biaya Produksi} = 70.000 - 50.000 = 20.000$$

Jika produsen menjual 100 unit barang, maka total produsen surplus adalah:

$$\text{Total Produsen Surplus} = 20.000 \times 100 = 2.000.000$$

Ini menunjukkan total manfaat yang diperoleh produsen dari menjual barang dengan harga yang lebih tinggi daripada biaya produksinya.

Produsen surplus adalah keuntungan yang diperoleh produsen ketika harga pasar melebihi biaya produksi mereka. Konsep ini penting dalam ekonomi untuk mengukur efisiensi pasar dan kesejahteraan produsen. Produsen surplus juga digunakan untuk mengevaluasi dampak kebijakan ekonomi terhadap produsen dan memahami bagaimana pasar menentukan harga dan kuantitas barang yang diproduksi.

DAFTAR PUSTAKA

- Havelock, Eric. (2011). *Matematika Ekonomi: Teori dan Aplikasi*. Jakarta: Penerbit XYZ.
- Tjiptoherijanto, Purnomo. (2015). *Dasar-Dasar Matematika Ekonomi*. Yogyakarta: Penerbit ABC.
- Widodo, S. (2018). *Analisis Matematika untuk Ekonomi*. Bandung: Penerbit DEF.
- Mankiw, N. Gregory. (2016). *Principles of Economics*. 7th ed. Cengage Learning.
- Becker, Gary S. (1993). *A Treatise on the Family*. Harvard University Press.
- Salvatore, Dominick. (2017). *Mathematics for Economics and Finance*. New York: Macmillan.
- Chiang, A. C., & Wainwright, K. (2005). *Fundamental Methods of Mathematical Economics*. 4th ed. McGraw-Hill.
- Wu, C. (2010). *Mathematics for Economics and Finance: A Modern Introduction*. Springer.
- Arthur, W. B. (2017). *Complexity and the Economy*. Oxford University Press.
- Barnett, W. A., & Serletis, A. (2000). *Methods of Modern Mathematical Economics*. Boston: Addison-Wesley.
- Dixit, A. K., & Roy, S. (2003). "A theory of the relationship between economic and mathematical models." *Journal of Economic Perspectives*, 17(4), 153-169.
- Tuck, M. (2019). *Mathematical Methods and Algorithms for Economists*. New York: Springer.

- Karlin, S., & Taylor, H. M. (1975). *A First Course in Stochastic Processes*. Academic Press.
- Mas-Colell, A., Whinston, M. D., & Green, J. R. (1995). *Microeconomic Theory*. Oxford University Press.
- Simon, C. P., & Blume, L. E. (1994). *Mathematics for Economists*. W.W. Norton & Company.
- Stokey, N. L., & Lucas, R. E. (1989). *Recursive Methods in Economic Dynamics*. Harvard University Press.

PROFIL PENULIS 1



CICI PUSPANINGRUM, S.Pd., M.Pd., lahir di Porsea pada tanggal 30 Desember 1996 dan sekarang menetap di Desa Sambosar Raya. Menyelesaikan pendidikan S1 Pendidikan Matematika di Universitas Islam Negeri Sumatera Utara (UINSU) pada tahun 2018 dan pendidikan S2 Pendidikan Manajemen di Universitas Negeri Medan (UNIMED) pada tahun 2021. Saat ini penulis aktif sebagai dosen di Program Studi Manajemen STIE Bina Karya Tebing Tinggi. Penulis dapat dihubunhi melalui email cicipuspaningrum@gmail.com

Profil Penulis 2



KUMALA VERA DEWI, S.E., M.Si., lahir di Tebing Tinggi pada tanggal 28 Februari 1987, dan sekarang menetap di Kota Tebing Tinggi. Menyelesaikan pendidikan Diploma III Administrasi Bisnis di Politeknik Negeri Medan pada tahun 2007, kemudian menyelesaikan pendidikan S1 Manajemen di Fakultas Ekonomi Universitas Sumatera Utara pada Tahun 2010, dan menyelesaikan pendidikan S2 Ilmu Manajemen di Fakultas Ekonomi dan Bisnis Universitas Sumatera Utara (USU) pada Tahun 2019. Saat ini penulis aktif sebagai dosen di Program Studi Manajemen pada Sekolah Tinggi Ilmu Ekonomi Bina Karya Kota Tebing Tinggi. Penulis bisa dihubungi melalui email kumalaveradewi@gmail.com

MATEMATIKA EKONOMI

Produsen surplus adalah keuntungan yang diperoleh produsen ketika harga pasar melebihi biaya produksi mereka. Konsep ini penting dalam ekonomi untuk mengukur efisiensi pasar dan kesejahteraan produsen. Produsen surplus juga digunakan untuk mengevaluasi dampak kebijakan ekonomi terhadap produsen dan memahami bagaimana pasar menentukan harga dan kuantitas barang yang diproduksi.



YAYASAN
PENELITI PRIMA
INDONESIA



DIREKTORAT JENDERAL KEKAYAAN INTELEKTUAL
KEMENTERIAN HUKUM & HAK ASASI MANUSIA RI



BerAKHLAK # **bangga**
melayani
bangsa
Berorientasi Pelayanan Akuntabel Kompeten
Harmonis Loyal Adaptif Kolaboratif



Penerbit
PT. Radja Intercontinental Publishing
Jl. Cempaka Putih, Sp. Tiga Blang Rayeuk,
Dsn. Angsana, Kota Lhokseumawe

www.radjapublika.org
<https://radjapustaka.com>

ISBN 978-623-69542-7-8 (PDF)



9

786238

954278